

تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه دهم بر اساس میزان استفاده از مسائل زمینه‌مدار با تأکید بر مدل‌سازی

دکتر نرگس یافتیان*

ساناز احمدی**

چکیده

با توجه به اینکه در سند برنامه درسی ملی بر نقش مدل‌سازی در برنامه درسی ریاضی تأکید شده است، میزان استفاده از مسائل زمینه‌مدار و توجه به رویکرد مدل‌سازی در تألیف کتابهای درسی جدید، از اهمیت زیادی برخوردار است. هدف از مطالعه حاضر، تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه دهم شاخه نظری است. تحلیل محتوا بر اساس میزان استفاده از انواع مسائل زمینه‌مدار، به‌ویژه مسائل مدل‌سازی انجام شده است. جامعه آماری، کتاب درسی ریاضی پایه دهم رشته‌های علوم تجربی و ریاضی و فیزیک و نمونه برابر جامعه آماری انتخاب شده است. به‌منظور اعتباریابی و روایی تحلیل از نظرات اساتید آموزش ریاضی و دبیران مجرب بهره‌گیری شده است. برای بررسی سؤالات کتاب چارچوبی در حوزه انواع مسائل زمینه‌مدار مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از این چارچوب، سؤالات کتاب، در پنج مقوله «بدون زمینه»، «زمینه‌مدار غیرمعقول»، «با زمینه جداولی»، «کاربرد استاندارد» و «مدل‌سازی» طبقه‌بندی شده‌اند. طبق نتایج، ۲۶ درصد از سؤالات زمینه‌مدارند و در میان آنها تعداد مسائل کاربرد استاندارد، بیش از مسأله‌هایی با زمینه جداولی‌اند و در کمتر از یک درصد از سؤالات به مقوله مدل‌سازی پرداخته شده است. همچنین نتایج این مطالعه نشان داده که تقریباً نیمی از مثالهای حل شده کتاب، زمینه‌مدار بوده و هیچ مسأله غیرمعقولی یافت نشده است. استفاده از نتایج چنین تحقیقاتی، اگر بتواند برنامه درسی و در پی آن محتوای کتابهای درسی را متأثر سازد، انگیزه و علاقه دانش‌آموزان را افزایش خواهد داد.

کلید واژگان: کتاب ریاضی پایه دهم علوم تجربی و ریاضی فیزیک، تحلیل محتوا، مسائل زمینه‌مدار، مدل‌سازی

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۲/۶ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۱/۲

yaftian@sru.ac.ir

Sahmadi.math@yahoo.com

* استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی (نویسنده مسئول)

** کارشناس ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی و دبیر مدارس تهران

مقدمه

امروزه دانش‌آموزان با حجمی عظیم از اطلاعات و داده‌های پیچیده در زمینه‌های گوناگون روبه‌رو هستند. از این رو در دنیای کنونی، موضوع آموزش و به‌کارگیری رویکردهای جدید در این حوزه اهمیت دوچندان پیدا می‌کند. از آنجا که ریاضی را علاوه بر یک علم مستقل، به مثابه ابزار کار در بسیاری از علوم و حرفه‌ها می‌شناسیم، آموزش صحیح ریاضی در سطح مدرسه، نیازمند تلاش و توجه بسیار است. در سالهای اخیر در حوزه آموزش ریاضی به رویکردهای جدید، توجه بسیار شده است و این رویکردها به منظور ارتقای سواد ریاضی^۱، به منزله یکی از اهداف آموزش ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. «سواد ریاضی» نوعی توانایی فردی برای فرمول‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر ریاضی است. در واقع یادگیری و یاددهی ریاضی باید با هدف ارتقای تفکر ریاضی انجام گیرد. به این معنا که افراد به کمک استدلال ریاضی و مفاهیم و رویه‌های آن قادر باشند به توصیف و تشریح و پیش‌بینی پدیده‌ها بپردازند و در حکم شهروندی متعهد، سازنده و مؤثر در زمینه امور پیرامون خود به درستی قضاوت و تصمیم‌گیری کنند (ایکیدا^۲، ۲۰۱۵). بر این اساس، بر نیاز به ترویج آموزش تفکر انتقادی از طریق مدل‌سازی ریاضی تأکید شده است (باربوسا^۳، ۲۰۰۶؛ به نقل از زندگی‌گوهرریزی و رفیع‌پور، ۱۳۹۵). برای ارتقای سواد ریاضی و در واقع درک افراد از نقشی که ریاضیات در جهان واقعی بازی می‌کند، لازم است آنان در دوران مدرسه، تجربه حل انواع مسائل دارای زمینه واقعی را داشته باشند (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹؛ بلوم^۴، ۲۰۱۵). این مسائل تحت عنوان مسائل زمینه‌مدار، حول محور زمینه صورت‌بندی شده‌اند و چالشی را در دنیای واقعی مطرح می‌کنند. براساس ادبیات تحقیق، انواع متفاوتی برای مسائل زمینه‌مدار ذکر شده است. برای مثال گالبرایت و استیلمن^۵ (۲۰۰۱) این‌گونه مسائل را به چهار دسته مسائل زمینه‌مدار با زمینه جداشدنی^۶، زمینه‌مدار غیرمعقول^۷، کاربرد استاندارد^۸ و مسائل مدل‌سازی^۹ تقسیم کرده‌اند که ویژگیهای هر یک از این مسائل در چارچوب پژوهش حاضر توضیح داده خواهد شد.

1. Mathematical literacy
2. Ikeda
3. Barbosa
4. Blum
5. Galbraith & Stillman
6. Context separable problems
7. Injudicious problems
8. Standard applications
9. Modeling problems

یکی از رویکردهای نسبتاً جدید در آموزش ریاضی که روی حل مسائل زمینه‌مدار تأکید می‌کند، مدل‌سازی و کاربردها^۱ است. طبق نظر نیس^۲، بلوم و گالبرایت (۲۰۰۷) توجه به آموزش کاربردهای ریاضی در طول تاریخ همواره وجود داشته، ولی میزان تأکید بر آن در طول زمان با نوسانات بسیاری همراه بوده است. برای مدل‌سازی در ادبیات تحقیق دو دسته هدف پداگوژیکی ذکر شده است: اولاً خود مدل‌سازی پدیده‌های واقعی، یک هدف است. ثانیاً دانش ریاضی از طریق انجام دادن تکالیف مدل‌سازی قابل شکل‌گیری است (ایکید، ۲۰۱۳). از این رو در دهه‌های اخیر، پرداختن به مسائل زمینه‌مدار، به‌ویژه آموزش از طریق مسائل مدل‌سازی، پژوهشها و مطالعات فراوانی را به خود اختصاص داده است. در این راستا کنفرانسهای دوسالانه «گروه مطالعاتی بین‌المللی تدریس مدل‌سازی ریاضی و کاربردها^۳» و «کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی^۴» از اواخر قرن بیستم کار خود را آغاز کرده و تاکنون هفده دوره از این کنفرانسها برگزار شده است (رفیع‌پور، ۱۳۹۳). پژوهشها و مطالعات بسیار در این حوزه، ضرورت وجود مدل‌سازی و کاربردها را در برنامه درسی ریاضی همه کشورها مورد توجه قرار داده‌اند. رفیع‌پور (۱۳۹۱) بیان می‌کند فعالیتهای مدل‌سازی در برنامه درسی ملی و کتابهای درسی برخی کشورها از جمله انگلستان، هلند، آلمان و بلژیک قابل مشاهده است.

در کشور ما نیز در «سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران» در حوزه تربیت و یادگیری ریاضیات، در بخش قلمرو حوزه بر آشنایی و کسب مهارت دانش‌آموزان در فرایندهای ریاضی از جمله مدل‌سازی در مسائل واقعی و پدیده‌ها تأکید شده است (دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش، ۱۳۹۱). همچنین در بخش ضرورت و کارکرد حوزه ریاضی در این سند، توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی از اهداف اساسی آموزش ریاضی، ذکر شده است. استیلمن و همکاران (۲۰۱۳) بر این باورند که متن کتابهای درسی می‌تواند از طریق ماهیت سؤالها و تکالیفی که ارائه می‌کند، امکان توسعه افقهای تدریس را فراهم آورد. از آنجا که طبق گفته مؤلفان کتابهای ریاضی کشورمان، کتابهای تازه تألیف همسو با برنامه درسی ملی تألیف

1. Modelling and applications

2. Niss

3. The International Community of Teachers of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA)

4. The International Congress on Mathematical Education (ICME)

شده‌اند (بخش سخنی با معلم در کتاب ریاضی دهم، چاپ ۱۳۹۵)، انجام دادن پژوهشهایی در زمینه بررسی این همسویی، ضروری به نظر می‌رسد.

در پژوهش حاضر با نگاهی بر چند پژوهش انجام شده در زمینه مدل‌سازی و کاربرد، تعاریف این حوزه مورد تأمل قرار گرفته‌اند و در ادامه بخشهای مختلف کتاب ریاضی پایه دهم رشته‌های تجربی و ریاضی چاپ ۱۳۹۵ از نظر میزان توجه به مسائل زمینه‌مدار، به‌ویژه مسائل مدل‌سازی بررسی شده‌اند. هدف از این پژوهش، پاسخ‌گویی به سؤالات ذیل است:

۱. در بخشهای «کار در کلاس»، «فعالیت»، «مثال» و «تمرین» در فصلهای مختلف کتاب ریاضی پایه دهم تا چه میزان از مسائل زمینه‌مدار استفاده شده است؟
۲. از میان انواع مسائل زمینه‌مدار مطرح شده در کتاب ریاضی پایه دهم، تا چه میزان به مسائل مدل‌سازی پرداخته شده است؟

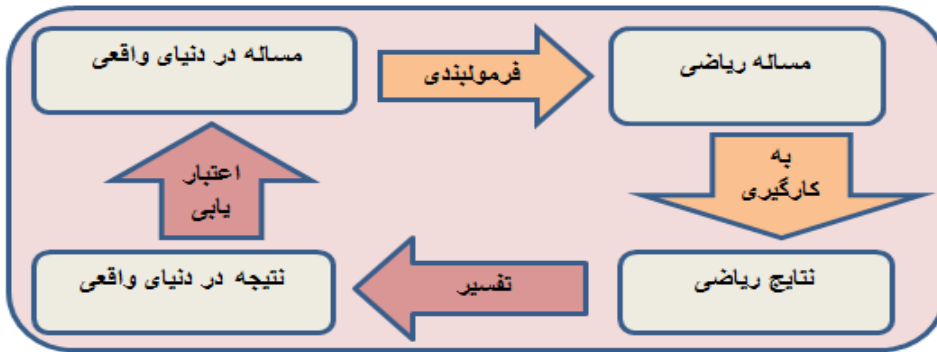
مبانی نظری

پژوهشها و تعاریف حوزه مدل‌سازی و کاربردها از چند جنبه قابل بررسی‌اند. در این قسمت به طور اجمالی به برخی از تعریفها، مثالها و مطالعات انجام شده در این حوزه پرداخته شده است.

مدل‌سازی و کاربردها

در پژوهشهای گوناگون، فرایند مدل‌سازی با چرخه‌هایی متفاوت نمایش داده می‌شوند که به نظر بلوم (۲۰۱۵) هریک از آنها بسته به هدفی که دنبال می‌کنند، دارای نقاط ضعف و قوتی هستند. یکی از رایج‌ترین چرخه‌های مدل‌سازی که برای آموزش افراد مبتدی به کار می‌رود، چرخه مدل‌سازی چهار مرحله‌ای است که در مطالعات بسیار استفاده شده است (فرشافل^۱، ۲۰۰۲؛ کایزر^۲، ۲۰۰۵؛ ایکیدا، ۲۰۱۵؛ استیسی^۳، ۲۰۱۵). در این فرایند، مدل‌سازی در چهار مرحله شامل فرمول‌بندی، به‌کارگیری، تفسیر و اعتباریابی انجام می‌گیرد. شکل ۱، یک بازنمایی از مدل‌سازی ریاضی است که در چارچوب مطالعه پیزا^۴ ۲۰۱۲ نیز ارائه شده است (استیسی، ۲۰۱۵).

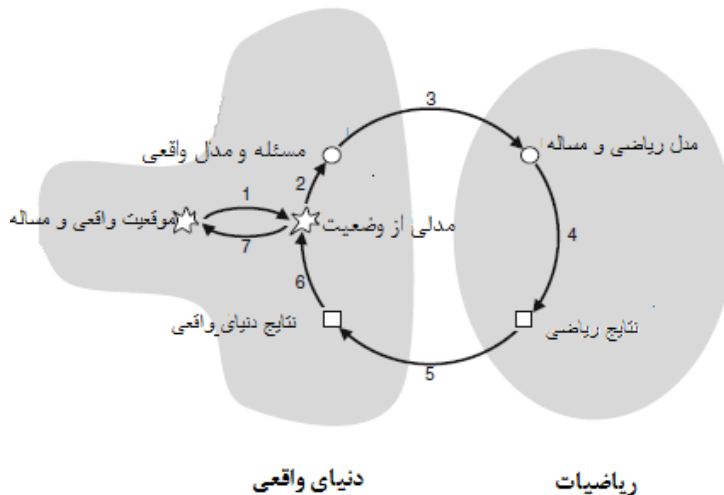
1. Verschaffel
2. Kaiser
3. Stacey
4. Program for International Students Assessment (PISA)



شکل ۱: چرخه مدل سازی (استیسی، ۲۰۱۵: ۶۳)

براساس این شکل، ابتدا با یک مسئله در دنیای واقعی روبه‌رو می‌شویم. در مرحله «فرمول‌بندی» این مسئله به یک مسئله در دنیای ریاضی تبدیل می‌شود. بعد از حل مسئله از طریق «به‌کارگیری» روابط ریاضی و به‌دست آمدن پاسخ، در مرحله «تفسیر» این پاسخ به دنیای واقعی برده می‌شود تا تضادی با دنیای واقعی نداشته باشد. آخرین حلقه این چرخه، مرحله «اعتباریابی» است. جواب به‌دست آمده از طریق مقایسه با موقعیت واقعی مسئله، بررسی و در صورت لزوم این چرخه تکرار می‌شود.

از دیگر چرخه‌های مدل‌سازی، چرخه ۷ مرحله‌ای (۷ گام) است که توسط بلوم (۲۰۱۵) ارائه شده است (شکل ۲).



ریاضیات / دنیای واقعی

شکل ۲: چرخه مدل سازی (بلوم، ۲۰۱۵: ۷۶)

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، این چرخه شامل ۷ گام است:

گام اول: مدلی ذهنی از وضعیت دنیای واقعی می‌سازیم (ساختن^۱).

گام دوم: با ساده کردن فرضهای داده شده، این مدل ذهنی را ساختاربندی می‌کنیم (ساده‌سازی و ساختاربندی^۲).

گام سوم: با ریاضی‌وار کردن مفاهیم و روابط موجود در مدل، یک مدل ریاضی می‌سازیم (ریاضی‌وارکردن^۳).

گام چهارم: محاسبات ریاضی انجام می‌دهیم (ریاضی‌وار عمل کردن^۴).

گام پنجم: نتایج ریاضی را در دنیای واقعی تفسیر می‌کنیم (تفسیر^۵).

گام ششم: اعتبار و معنادار بودن پاسخ به دست آمده را در دنیای واقعی بررسی می‌کنیم (اعتبارسنجی^۶).

گام هفتم: در نهایت تمام راه حل را می‌نویسیم (آشکارسازی^۷).

یادآور می‌شود که انواع دیگری از چرخه‌های مدل‌سازی وجود دارد که در این مقاله مجال پرداختن به آنها وجود ندارد^۸. در ادامه برای توضیح بیشتر در اجرای این چرخه مدل‌سازی هفت گام، مثالی ارائه می‌شود. مهم‌ترین خاصیت این‌گونه مثالها، ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان برای یادگیری ریاضی است. به کمک مسائل مدل‌سازی و کاربرد، می‌توان به دانش‌آموزان آموخت که یکی از دلایل یادگیری ریاضی می‌تواند فهمیدن و درک جهان پیرامون خودشان باشد.

مسئله صرفه‌جویی منطقی: در طول برگزاری جشنواره‌ای در کاسل^۹ آلمان، همه چیز در این شهر گران می‌شود. برای مثال، قیمت یک بلوز در مرکز شهر کاسل ۱۵/۹۹ یورو است. در حالی که در فروشگاه‌های در شهر «دز»^{۱۰} ارزش آن فقط ۱۲/۹۹ یورو است. آیا به صرفه است که یک گردشگر برای خرید این بلوز از «کاسل» به «دز» برود؟ (بلوم، ۲۰۱۵: ۷۵)

راه حل (طبق ۷ گام مدل‌سازی):

1. Constructing
2. Simplifying/structuring
3. Mathematising
4. Working mathematically
5. Interpreting
6. Validating
7. Exposing

۸. خواننده علاقه‌مند به این چرخه‌ها، می‌تواند برای مطالعه بیشتر به بلوم‌هاج و جنسن (۲۰۰۷) و فری (۲۰۰۶) مراجعه کند.

9. Kassel
10. Dez

گام اول) ساخت یک مدل ذهنی از موقعیت دو شهر گام دوم) این مسأله را به این صورت ساده می‌کنیم: فرض می‌کنیم گردشگر با خودرو سفر کند و مصرف سوخت، ۱۰ لیتر در ۱۰۰ کیلومتر و قیمت یک لیتر سوخت ۱/۵۹۹ یورو باشد. مسافت از مرکز شهر کاسل تا فروشگاه شهر دز ۵ کیلومتر است.

گام سوم) از طریق ریاضی‌وار کردن مفاهیم و روابط، یک مدل ریاضی می‌سازیم. فرض کنیم a و b و d به ترتیب مصرف سوخت، قیمت سوخت و مسافت باشند.

$$۱۵/۹۹ = \text{قیمت در شهر کاسل}$$

$$۱۲/۹۹ + ۲.a.b.d. = \text{قیمت در شهر دز}$$

حال باید دید آیا قیمت در شهر دز، مناسب‌تر از قیمت در شهر کاسل است؟

گام چهارم) انجام دادن محاسبات ریاضی

$$۱۴/۵۹ = ۱۲/۹۹ + ۱/۶۰ = \text{قیمت در شهر دز}$$

گام پنجم) این گام، تفسیر پاسخ در دنیای واقعی است: ۱/۴۰ یورو با این سفر صرفه‌جویی می‌شود.

گام ششم) اعتبارسنجی نتیجه که با پاسخ به این سؤالات صورت می‌گیرد: آیا عاقلانه است که ۱۰ کیلومتر را برای حفظ ۱/۴۰ یورو طی کنیم؟ آیا بهتر نیست به جای این سفر، گردشگر از دیدنیهای کاسل، لذت ببرد؟ آیا نباید خطر تصادف یا ایجاد آلودگی هوا را در نظر بگیرد؟ گام هفتم) همه راه حل را می‌نویسیم.

همان‌طوری که این مثال نیز نشان می‌دهد، وجود گام ششم در چرخه مدل‌سازی موجب پالایش مکرر مدل می‌شود. در فعالیتهای مدل‌سازی، دانش‌آموزان اغلب متوجه اعتبار یا ارزیابی انتقادی مدلهایشان نیستند (براون^۱ و ایکیدا، ۲۰۱۵). درگیر شدن دانش‌آموزان در فعالیتهای مدل‌سازی مقدمه‌ای برای حل مسائل دنیای واقعی به کمک دانش ریاضی است. بنابراین، برنامه‌های درسی مدرسه‌ای باید در آنها چنین مهارتها و صلاحیتهایی را ایجاد کنند.

صلاحیت مدل‌سازی

براساس سند برنامه درسی ملی کشورمان، توانمندسازی دانش‌آموزان و به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و امور انتزاعی، یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی در نظام آموزشی ایران

است. به این معنا که دانش‌آموزان باید با فرایندهای ریاضی مانند حل مسئله و به‌کارگیری راهبردهای حل مسئله و مدل‌سازی (مسائل واقعی و پدیده‌ها) آشنا شوند و در آن مهارت یابند. در سطح بین‌المللی نیز یکی از اهداف مهم آموزش ریاضی، رشد و توسعه صلاحیت مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان است (بلوم‌هاج و جنسن^۱، ۲۰۰۷؛ نیس و همکاران، ۲۰۰۷؛ استیلمن و گالبرایت، ۲۰۱۱؛ ایکیدا، ۲۰۱۵).

هنگام درگیر شدن در فرایند مدل‌سازی، دانش‌آموزان نیاز به صلاحیتهای شناختی دارند که نیس (۲۰۰۳)، به نقل از محسن‌پور، گویا، شکوهی‌یکتا، کیامش و بازرگان، (۱۳۹۴) در پروژه صلاحیتهای یادگیری ریاضی آنها را معرفی کرده است. وقتی که شخص بخواهد فرایند مدل‌سازی را با موفقیت طی کند، باید این توانایی را داشته باشد که همه یا بخشی از صلاحیتهای را به‌کار گیرد. بر اساس نظر نیس، توانایی اجرای مراحل مدل‌سازی، وابسته به صلاحیت یا زیرصلاحیتهای خاص مورد نیاز آنهاست، صلاحیتهایی مانند توانایی درک یک وضعیت در دنیای واقعی یا توانایی تفسیر نتایج ریاضی مربوط به یک موقعیت در دنیای واقعی (بلوم‌هاج و جنسن، ۲۰۰۷؛ نیس، ۲۰۱۰؛ ایکیدا، ۲۰۱۵). در یک تعریف جامع می‌توان صلاحیت مدل‌سازی را توانایی ساختن و به‌کارگیری مدل‌های ریاضی دانست که از طریق اجرای صحیح مراحل تحلیل یا مقایسه مدل‌های داده شده، انجام می‌گیرد (نیس و همکاران، ۲۰۰۷).

نکته قابل توجه این است که برای تدریس موفقیت‌آمیز مدل‌سازی، معلمان نیز به داشتن صلاحیتهای متعددی نیازمندند (کایزر، ۲۰۰۵؛ بلوم، ۲۰۱۵؛ فری و بلوم، ۲۰۰۹). از جمله این صلاحیتهای می‌توان به دانش محتوایی^۲، دانش پداگوژی محتوایی^۳ و دانش پداگوژی روانشناسی^۴ اشاره کرد. فری و بلوم (۲۰۰۹)، چهار بُعد از دانش پداگوژیکی معلمان را که برای تدریس مدل‌سازی و کاربردها لازم است برشمردند:

بعد نظری: معلمان باید دربارهٔ چرخه‌های گوناگون مدل‌سازی که در ادبیات تحقیق وجود دارند، همچنین درباره اهداف و دیدگاههای مدل‌سازی دانش کافی داشته باشند.
بعد تکالیف: آنها باید توانایی طراحی تکالیف مدل‌سازی را داشته باشند، بتوانند آنها را حل و تجزیه تحلیل کنند.

1. Blomhøj & Jensen
2. Content knowledge (CK)
3. Pedagogical content knowledge (PCK)
4. Pedagogical psychological knowledge (PPK)

بعد آموزشی: معلمان باید قادر باشند مدل‌سازی را به طور نظری و عملی در کلاس آموزش بدهند، بازخورد بگیرند و در حین حل مسائل مربوط به مدل‌سازی از سوی دانش‌آموزان، مداخله هوشمندانه داشته باشند.

بعد تشخیصی: این بعد شامل مهارت معلمان در شناسایی هر یک از مراحل فرایند مدل‌سازی دانش‌آموزان و همچنین توانایی تشخیص مشکلات دانش‌آموزان است.

ویژگیهای مسائل مدل‌سازی

رفیع‌پور (۱۳۹۴) در مطالعه خود روی دیدگاه کایزر و استندر^۱ (۲۰۱۳) ویژگی مسائل مدل‌سازی را مورد تأکید قرار داده است. به اعتقاد آنها یکی از مهم‌ترین ویژگیها، اصالت مسأله است. اصیل بودن یک موقعیت یا یک مسأله زمینه‌مدار، به معنای واقعی بودن آن زمینه است. به طور کلی در ادبیات پژوهش، ویژگیهای مسائل مدل‌سازی به این صورت عنوان شده است: با دنیای واقعی دانش‌آموزان مرتبط باشند؛ در ایجاد و طرح سؤال، جستجو برای اطلاعات و سازماندهی آنها، مهارت‌آموزی، آزمایش کردن و تجدید نظر در سازماندهی اطلاعات فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم کنند؛ دانش‌آموزان بتوانند در فرایند فرمول‌بندی، فرضیه‌سازی نموده و اطلاعات گردآوری کنند؛ راه‌حل عملی و شدنی برای آنها وجود داشته باشد؛ دانش‌آموزان را به استفاده از ایده‌های ریاضی، مفاهیم و الگوریتمها و فرایندی که دانشی جدید از آن به دست آید دعوت کنند و روشی برای ارزشیابی مدل موجود باشد (گالبرایت، ۲۰۰۶، به نقل از رفیع‌پور ۱۳۹۴؛ زندی‌گوهرریزی و رفیع‌پور، ۱۳۹۵).

پیشینه پژوهش

در این بخش به مرور پژوهشهایی در زمینه مدل‌سازی و کاربردها و تحلیل کتابهای درسی پرداخته شده است. در میان پژوهشهای انجام شده خارج از کشور مطالعات چندانی که مستقیماً با موضوع پژوهش حاضر در ارتباط باشند، یافت نشد. در این قسمت به برخی از این پژوهشها اشاره می‌شود.

در پژوهشی که در استرالیا در حوزه مدل‌سازی و کاربرد انجام شده، استیلن و گالبرایت (۲۰۱۱) مدل‌سازی و کاربرد ریاضی را در برنامه درسی ریاضی مقطع متوسطه ارزیابی کرده اند. تمرکز در این مطالعه بر نوع فرایند مدل‌سازی است که در برنامه درسی ریاضی متوسطه

1. Stender

مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین چگونگی تلفیق مدل‌سازی و کاربردها در شیوه تدریس معلمان و منابعی که آنان برای طراحی مسائل زمینه‌مدار استفاده می‌کردند، در این پژوهش مورد مطالعه قرار گرفته است. ابزار این پژوهش، مصاحبه‌های ساختاریافته بوده که روی ۲۳ نفر از اشخاص اثرگذار در تعیین برنامه درسی انجام شده است. نتایج نشان داده با وجود تأکید برنامه درسی اصلاح شده بر رویکرد مدل‌سازی و کاربرد، در سرفصلها هیچ اشاره‌ای به صلاحیتها نشده است. اغلب معلمان در تدریس‌شان بیشتر به کاربردها می‌پردازند. نظرات معلمان در حمایت از رویکرد مدل‌سازی حاکی از آن بود که دانش‌آموزان در حین حل مسائل مدل‌سازی و کاربرد، داربست‌سازی می‌کنند و دانش ریاضی خود را ارتقا می‌دهند. همچنین نتایجی که از مصاحبه‌ها به‌دست آمده، نشان می‌دهد که منابع مورد استفاده معلمان برای پرداختن به کاربردها مواردی مانند نظرات همکاران، تجربیات شخصی، کتابها، مجله‌های تخصصی، روزنامه‌ها، جلسات نظارتی و ارائه‌ها در جلسات حرفه‌ای بوده است.

در پژوهشی که رفیع‌پور، استیسی و گویا (۲۰۱۲) در زمینه تحلیل تطبیقی کتابهای درسی ریاضی در ایران و استرالیا انجام داده‌اند، مسائل کتابهای درسی ریاضی در پایه نهم در دو کشور مورد بررسی قرار گرفته است. در این مطالعه کتاب ریاضی تازه تألیف پایه نهم ایران با یکی از پرستفاده‌ترین کتابهای درسی ریاضی پایه نهم استرالیا به‌عنوان یک کشور پیشرو در زمینه مدل‌سازی و کاربرد مقایسه شده است. در این مطالعه از یک چارچوب نظری مبتنی بر سواد ریاضی استفاده شده که انواع مسائل زمینه‌مدار و بدون زمینه را شامل می‌شده است. نتایج این مطالعه نشان داده که تعداد محدودی از مسائل کتابهای درسی ریاضی در هر دو کشور دارای زمینه علمی (مانند زمینه‌هایی از فیزیک و علوم زیستی) بوده‌اند. همچنین طبق نتایج، تنوع زمینه در کتابهای درسی ریاضی استرالیا زیاد بود، در حالی که این تنوع در کتاب درسی ایران کمتر به‌چشم می‌خورد؛ در واقع این کتاب دارای تکرار در صورت‌بندی بود. این پژوهش نشان داد که تقریباً همه مسائل موجود در کتاب درسی نهم (پایه اول متوسطه) در ایران جزو مسائل کاربرد استاندارد قرار می‌گیرند.

در پژوهشی دیگر رفیع‌پور (۱۳۹۱) به تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان (چاپ ۱۳۹۰) بر اساس رویکرد مدل‌سازی پرداخته است. واحدهای تحلیل، سؤالات مطرح شده در بخش مسائل بودند. وی با اندکی جرح و تعدیل از چارچوب گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) استفاده کرده است. نتایج نشان‌دهنده این بود که هیچ کدام از مسائل کتاب حسابان، مسائل «مدل‌سازی» یا «زمینه‌مدار

غیرمعقول» نیستند. ۸۹ درصد از مسائل این کتاب «بدون زمینه» هستند و ۸ درصد از مسائل «کاربرد استاندارد» و ۳ درصد در مقوله «با زمینه جداشدنی» قرار گرفتند.

در مطالعه ای دیگر، سؤالات بخش مسائل در کتابهای درسی تازه تألیف دوره ابتدایی (اول تا چهارم، چاپ ۱۳۹۴) بر اساس رویکرد مدل‌سازی مورد تحلیل قرار گرفته اند (خانی و رفیع‌پور، ۱۳۹۴). در این پژوهش نیز از چارچوب مورد استفاده در مطالعه رفیع‌پور (۱۳۹۱) استفاده شده است. نتایج در مورد کتاب ریاضی اول ابتدایی، حاکی از آن بود که بیشتر مسائل این کتاب، «مسائل بدون زمینه» هستند. مسائل «با زمینه جداشدنی» در رتبه دوم قرار دارند و کمترین تعداد مربوط به مسائل «کاربرد استاندارد» است و هیچ‌کدام از آنها در حوزه مسائل «مدل‌سازی» یا «غیرمعقول» قرار ندارند. در مورد کتاب ریاضی دوم ابتدایی ۶۳/۱۵ درصد از مسائل «بدون زمینه» هستند. ۳۶/۸۴ درصد در مقوله «کاربرد استاندارد» قرار داشتند و مسائل «غیرمعقول»، «با زمینه جداشدنی» و «مدل‌سازی» هیچ سهمی در میان سؤالات نداشتند. بیش از نیمی از مسائل کتاب ریاضی سوم ابتدایی «بدون زمینه» بودند. رتبه بعدی به مسائل «کاربرد استاندارد» تعلق داشت و هیچ مسأله‌ای در سه دسته دیگر یافت نشد. در کتاب ریاضی چهارم نیز رتبه اول و دوم، متعلق به مسائل بدون زمینه و کاربرد استاندارد بود و تعداد کمی از مسائل، «با زمینه جداشدنی» بودند و مسائل دسته «مدل‌سازی» و «غیرمعقول» در میان مسائل جایگاهی نداشتند. با مقایسه کلی می‌توان دریافت در کتاب ریاضی اول ابتدایی نسبت به سه کتاب دیگر، زمینه دنیای واقعی بیشتر مورد توجه قرار گرفته و کتاب ریاضی چهارم ابتدایی، کمترین تمرکز را به زمینه دنیای واقعی داشته است.

در پژوهش اکبری بلوچ و اسماعیلی (۱۳۹۱)، کتاب ریاضی پایه هفتم (چاپ ۱۳۹۰)، بر اساس مدل‌سازی به روش تحلیل محتوا بررسی شده است. این مطالعه نشان داده بیش از ۸۱ درصد از مسأله‌ها بدون زمینه بوده اند و فقط یک مسأله مدل‌سازی یافت شده است.

در حوزه دروس ریاضی دانشگاهی نیز مطالعه‌ای در زمینه مدل‌سازی انجام گرفته است. تمرکز اصلی این پژوهش پس از معرفی چرخه مدل‌سازی آشنایی با نحوه استفاده از این رویکرد در حوزه جبرخطی برای دانشجویان غیر از رشته ریاضی است. در این پژوهش یک مسأله مدل‌سازی در مورد ترافیک شهری که مستلزم استفاده از مدل ریاضی بود، به ۳۹ نفر از دانشجویان مهندسی ارائه شد و دانشجویان در ۹ گروه مجزا به بررسی و حل مسأله پرداختند. راه‌حلهای با توجه به چرخه مدل‌سازی هفت مرحله‌ای که پیشتر توضیح داده شد، بررسی شدند. از میان آنها فقط دو گروه به

ایده تشکیل دستگاه چند معادله ای و ماتریس دست یافتند. یکی از عواملی که مانع دستیابی به مدل ریاضی شد، این بود که آنان ۷ مرحله مدل‌سازی را به طور کامل طی نمی‌کردند. این مطالعه نقاط قوت و ضعف استفاده از رویکرد مدل‌سازی و کاربردها را نشان داده است. تغییر نگاه دانشجویان نسبت به سودمندی ریاضی از امتیازات استفاده از این روش است و دشواری کار مدرس در استفاده از این روش یکی از نقاط ضعف این شیوه است (رفیع‌پور، ۱۳۹۴).

از دیگر پژوهشهایی که با توجه به رویکرد مدل‌سازی و همچنین نظریه آموزش ریاضی واقعیت-مدار شکل گرفته، تحلیل محتوای برنامه درسی معادلات دیفرانسیل است. در این مطالعه کریمی فردین‌پور (۱۳۹۵) وضعیت کنونی آموزش معادلات دیفرانسیل در ایران و جهان را از منظر توجه به رویکرد مدل‌سازی و نظریه آموزش ریاضی واقعیت-مدار مورد مطالعه قرار داده است. در این پژوهش، دو فصل اول از کتاب معادلات دیفرانسیل اثر بویس^۱ و همکاران (چاپ ۲۰۱۰) مورد تحلیل واقع شده است. هر یک از مثالها یک واحد تحلیل در نظر گرفته شده و مضمون مورد نظر برای تحلیل، واقعی بودن زمینه مسأله‌ها بوده است. طبق نتایج ۴۲ درصد از مثالها در دسته مسائل زمینه‌مدار قرار گرفته اند و با وجود تأکید مؤلفان بر اهمیت «مدل‌سازی» و «کاربرد»، این هدف در مورد ۵۸ درصد از مثالهای دو فصل اول مورد غفلت واقع شده است. همچنین نتایج این مطالعه نشان داد که هیچ موردی از مثالهای «ریاضی‌ورزی عمودی^۲» که تلفیق همزمان سه رویکرد جبری، هندسی و عددی را شامل باشد، در این دو فصل وجود ندارد.

مرور چنین پژوهشهایی نشان می‌دهد که در سالهای اخیر آموزش ریاضی از طریق مدل‌سازی در جوامع گوناگون اهمیت بیشتری پیدا کرده است. در ایران نیز برخی کتابهای درسی ریاضی از این نظر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. علاوه بر آن مسائلی که در این پژوهشها ارائه شده است، پژوهشگران را در تشخیص صحیح مسائل مدل‌سازی یاری می‌دهد. در این راستا پژوهش حاضر کتاب ریاضی پایه دهم شاخه نظری را از نظر میزان به‌کارگیری مسائل زمینه‌مدار به‌ویژه مدل‌سازی مورد تحلیل قرار داده است.

چارچوب نظری پژوهش

در مطالعه حاضر از چارچوب معرفی شده از سوی گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) استفاده شده است. در این چارچوب مسائل ریاضی زمینه‌مدار به چهار گروه تقسیم می‌شوند:

1. Boyce

۲. منظور از ریاضی‌ورزی عمودی فرایند سازماندهی دوباره در خود نظام ریاضی است.

الف) «مسائل با زمینه جدانشدنی»: مسئله‌هایی هستند که در زمینه دنیای واقعی طرح شده‌اند ولی این زمینه نقشی در حل آنها ندارد. به عبارت دیگر این مسائل بدون توجه به زمینه هم قابل حل اند. نمونه‌ای از این نوع مسائل:

مثال: حجم بزرگ‌ترین بسته پستی استوانه‌ای را پیدا کنید که مجموع طول و محیط قاعده آن بیشتر از یک متر نشود (گالبرایت و استیلمن، ۲۰۰۱)

ب) «مسائل غیر معقول»: مسئله‌های زمینه‌مداری هستند که برای دانش‌آموز واقعی جلوه نمی‌کنند و ممکن است ریاضی را غیر واقعی معرفی کنند. نمونه‌ای از این نوع مسائل:

مثال: ارتفاع درختی از فرمول زیر به دست می‌آید. در این فرمول، l بر حسب متر، x (زمان) بر حسب سال، پس از پاشیدن بذر درخت است. آخرین زمان ممکن که درخت باید قطع شود، چه زمانی است؟ (گالبرایت و استیلمن، ۲۰۰۱)

$$y = \frac{x^2}{20(1 - \frac{x}{60})}$$

با توجه به مخرج کسر، این تابع مجانب قائم دارد و با توجه به نمودار این تابع، ضابطه بالا نمی‌تواند مربوط به رشد درخت باشد.

ج) «مسائل کاربرد استاندارد»: مسئله‌هایی هستند که در زمینه دنیای واقعی به طور معناداری مطرح می‌شوند و راه‌حل ریاضی برای آنها به طور مشخص وجود دارد و البته این راه‌حل در دسترس دانش‌آموز نیز قرار دارد. گاهی ممکن است فرضهای مسأله یا راهنماییهای لازم در قالب کلام ارائه شود. نمونه‌ای از این نوع مسائل:

مثال: برای محافظت از تابشهای مضر مواد رادیواکتیو لایه‌های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش پس از عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش ۹۹٪ کاهش یابد؟ (رفیع‌پور، ۱۳۹۱: ۱۴۶)

د) «مسائل مدل‌سازی»: در این مسئله‌ها که در دنیای واقعی طرح می‌شوند، از یک بیان غیرریاضی باید یک مسأله ریاضی صورت‌بندی شود (گالبرایت و استیلمن، ۲۰۰۱). در واقع زمینه برای دانش‌آموز معنادار است ولی مدل ریاضی را برای حل آن در اختیار ندارد. برای حل این دسته از مسائل لازم است چرخه مدل‌سازی معرفی شده در شکل ۲، دستکم یک‌بار به طور کامل طی

شود. یک تفاوت میان مسائل مدل‌سازی با کاربرد استاندارد این است که در مسائل کاربرد استاندارد، مدل ریاضی، در دسترس است و اطلاعات لازم برای حل در صورت مسأله یافت می‌شود. نمونه‌ای از این نوع مسائل:

مسأله مکالمه با تلفن همراه: نرخ مکالمه با تلفنهای همراه، چه رابطه‌ای با عاداتهای مکالمه افراد دارد؟ مجموعه مقرراتی تدوین کنید تا افراد را در انتخاب اپراتور تلفن همراه، کمک کند. (کایزر و ماب، ۲۰۰۷؛ به نقل از رفیع‌پور، ۱۳۹۳)

در این مسأله ابتدا باید مجموعه قوانین اپراتورهای تلفن همراه، برای تعیین نرخ مکالمه بررسی شود تا با ساختاربندی و سپس خلاصه کردن آنها به یک مدل ریاضی دست یافت. پس در اینجا صورت مسأله، فرد مسأله‌حل‌کن را به سوی هیچ مدل ریاضی از پیش طراحی شده‌ای، سوق نمی‌دهد.

در هر یک از چهار نوع مسأله مذکور می‌توان نقش فرضهای مسأله را بررسی کرد. در نوع اول یعنی مسائل با زمینه جداشدنی فرضهای مسأله فقط ورودیهای عددی هستند که بدون توجه به زمینه مسأله می‌توانند فرد را در حل مسأله هدایت کنند. در مسائل غیرمعقول مانند مثال ارتفاع درخت، فرضهای مسأله فقط اطلاعات لازم را برای انجام دادن یک رویه ریاضی فراهم می‌کنند که شاید در دنیای واقعی بامعنا نباشد. در نوع سوم یعنی مسائل کاربرد استاندارد، فرضهای مسأله دنیای واقعی را به طور منطقی به دنیای ریاضی متصل می‌کنند. گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) از این فرضها به‌عنوان «نشانه» یاد می‌کنند که به همراه نشانه‌های دیگر، حل‌کننده را به سمت پاسخ صحیح هدایت می‌کنند. در مسائل مدل‌سازی وضعیت متفاوت است. فرد مسأله‌حل‌کن باید فرضهای لازم را برای حل مسأله از دنیای واقعی گردآوری و تلخیص کند تا بتواند به کمک این فرضها از یک بیان غیرریاضی، یک سؤال ریاضی صورت‌بندی کند. پس تنها در این نوع مسائل، فرد مسأله‌حل‌کن نیاز به فراخوانی فرضها، کامل کردن و یکپارچه‌سازی آنها دارد.

روش پژوهش

این پژوهش به روش تحلیل محتوای کمی انجام گرفته است. تحلیل محتوا، فنی به‌منظور یافتن نتایج پژوهش از طریق تعیین عینی و منظم خصوصیات مشخص پیامهاست (هولستی^۱، ال. ار، ۱۳۸۰). هولستی این فن را ابزار پژوهشی اساسی و مفید برای بسیاری از مسائل پژوهشی می‌داند.

جامعه آماری، کتاب ریاضی پایه دهم برای رشته‌های علوم تجربی و ریاضی و فیزیک، چاپ ۱۳۹۵ است (امیری و همکاران، ۱۳۹۵). هر فصل شامل قسمتهای گوناگونی مانند توضیح ابتدای هر مبحث، کار در کلاس، فعالیت، مثال و تمرین است که در هفت فصل تنظیم شده است. حجم نمونه با حجم جامعه برابر است، یعنی کلیه فصلهای کتاب مورد بررسی قرار گرفته است. ابزار پژوهش، فرم تحلیل محتوای محقق ساخته با توجه به الگوی تحلیل است. واحد تحلیل شامل واحد ثبت و واحد زمینه است. واحد ثبت، به بخش معنادار و قابل کدگذاری گفته می‌شود که در اجرای تحلیل از محتوا انتخاب می‌شود و مورد شمارش قرار می‌گیرد و واحد زمینه وسیع‌ترین بخش محتواست که می‌توان آن را برای مشخص کردن واحد ثبت مورد بررسی قرار داد (هولستی، ۱۳۸۰ : ۱۸۴).

در این پژوهش، بخشهای کار در کلاس، فعالیت، مثال و تمرین، به‌عنوان واحد زمینه در نظر گرفته شده‌اند و واحدهای ثبت، کلیه سؤالات مطرح شده در این بخشها هستند. یادآور می‌شود که در سؤالات چند قسمتی هر یک از قسمتها یک سؤال مجزا در نظر گرفته شده است. مضمون موردنظر (مقوله‌ها) برای تحلیل محتوا در این پژوهش، توجه به مسائل زمینه‌مدار و به‌ویژه مسائل مدل‌سازی بر اساس چارچوب معرفی شده در مطالعه گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) است. داده‌های حاصل با شیوه‌های آمار توصیفی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. به‌منظور اعتباریابی، از نظرات و دیدگاههای صاحب‌نظران بهره‌گیری شده است. بررسی پایایی فرایند کدگذاری در دو زمان مختلف و با بهره‌گیری از دیدگاههای صاحب‌نظران و اساتید آموزش ریاضی انجام شده و درصد توافق، با به‌کارگیری فرمول ضریب پایایی اسکات محاسبه شده است و ضریب پایایی ۰/۸۵ به‌دست آمده که در سطح قابل قبول است.

یافته‌های پژوهش

این مطالعه، پراکندگی مسائل زمینه‌مدار در بخشهای گوناگون کتاب ریاضی پایه دهم رشته‌های علوم تجربی و ریاضی فیزیک را نشان می‌دهد. تقسیم‌بندی مسائل زمینه‌مدار، طبق چارچوب پژوهش به تفکیک فصلها در این بخش مشخص شده است. ابتدا درصد فراوانی انواع مسائل زمینه‌مدار و بدون زمینه، محاسبه شده و در جدول ۱ نمایش داده شده است.

جدول ۱: درصد فراوانی سؤالات زمینه‌مدار و بدون زمینه

فصل اول	فصل دوم	فصل سوم	فصل چهارم	فصل پنجم	فصل ششم	فصل هفتم	کل فصلها
۲۳/۲٪	۸/۸٪	۱/۷٪	۹/۵٪	۲۰/۴٪	۳۷/۴٪	۷۴/۲٪	زمینه‌مدار ۲۶/۱٪
۷۶/۸٪	۹۱/۲٪	۹۸/۳٪	۹۰/۵٪	۷۹/۶٪	۶۲/۶٪	۲۵/۸٪	بدون زمینه ۷۳/۹٪

همانطور که جدول ۱ نشان می‌دهد، تقریباً ۲۶ درصد از کل سؤالات کتاب دارای زمینه دنیای واقعی اند. در میان فصلهای کتاب، فصل هفتم یعنی آمار و احتمال بیشترین مسائل زمینه‌مدار را در خود جای داده است. در مقابل کمترین مسائل زمینه‌مدار، مربوط به فصل سوم یعنی توانهای گویا و عبارتهای جبری هستند. در این فصل کمتر از ۲ درصد از سؤالات، در زمینه دنیای واقعی مطرح شده‌اند و در واقع مفاهیم جدید در یک فضای انتزاعی به دانش آموز معرفی شده است. در مرحله بعد، سؤالات زمینه‌مدار طبق چارچوب پژوهش کدگذاری شدند. در ادامه چند نمونه از سؤالات کتاب که در دسته‌بندی انواع مسائل زمینه‌مدار قرار دارند، در شکل‌های ۳ تا ۵ نمایش داده شده اند.

۱۱ فشار خون نرمال یک شخص مذکر^۱، که بر حسب میلی‌متر جیوه (mmHg) اندازه‌گیری می‌شود، با رابطه $P = 0.006s^2 - 0.02s + 120$ محاسبه می‌شود که در آن، P فشار خون نرمال یک فرد با سن s است. سن شخصی را پیدا کنید که فشار خون آن ۱۲۵ میلی‌متر جیوه باشد.

شکل ۳: تمرین صفحه ۷۷ کتاب ریاضی پایه دهم (مسأله با زمینه جداشدنی)

همانطور که مشخص است، برای حل این سؤال فارغ از زمینه مسأله، کافی است دانش آموز بتواند یک معادله را حل کند. پس زمینه نقشی در حل آن ندارد. در واقع، برای حل این سؤال، زمینه که همان موضوع فشار خون است، در نظر گرفته نمی‌شود. مسائل کاربرد استاندارد، دسته دیگری از مسائل زمینه‌مدارند. نمونه‌ای از این مسائل در شکل ۴ نشان داده شده است:

از بین دو مدرس ریاضی، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی، قرار است یک کمیته دو نفره انتخاب شود، به گونه‌ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. چند حالت برای انجام این کار وجود دارد؟

شکل ۴: فعالیت صفحه ۱۳۶ کتاب ریاضی پایه دهم (مسأله کاربرد استاندارد)

در این مسأله، زمینه کاملاً برای دانش آموز ملموس است، راه‌حل در دسترس، استفاده از فرمول ترکیب در ریاضی است و داده‌های عددی با توجه به معنایی که در دنیای واقعی دارند، به کار گرفته می‌شوند. همچنین دانش آموز نیازمند جستجوی اطلاعات بیشتری از دنیای واقعی نیست. به عبارت

دیگر، چرخه مدل‌سازی برای حل این مسأله طی نمی‌شود. بنابراین، این مسأله در دسته کاربرد استاندارد قرار می‌گیرد.

از میان ۹۰۴ سؤال مطرح شده در کتاب، تنها ۳ سؤال مربوط به مدل‌سازی است که یک سؤال در فصل ششم، یعنی شمارش و دو سؤال در فصل هفت، یعنی آمار و احتمال مطرح شده است. یکی از سؤال‌هایی، که می‌توان آن را یک فعالیت مدل‌سازی قلمداد کرد، در شکل ۵ ارائه شده است.



۷ به شکل روبه‌رو توجه کنید: آیا این شکل را می‌توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد و ارقام آن چگونه‌اند؟ برای پاسخ به این سؤالات، کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر را مطالعه کنید.

شکل ۵: کار در کلاس صفحه ۱۵۴ کتاب ریاضی پایه دهم

در این مسأله هیچ راهنمایی خاصی به دانش‌آموز نشده است. همه چیز از جمله زمینه ارائه شده معنادار است. طرح چنین مسأله‌ای علاوه بر به‌کارگیری خلاقیت دانش‌آموز، دریچه‌ای هر چند کوچک به سوی کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر و پردازش تصویر می‌گشاید. هر تصویر از تعداد زیادی مربعهای کوچک تشکیل شده است. هر یک از آنها یک «پیکسل» نام دارد و به هر پیکسل می‌توان یک عدد را نسبت داد که بیانگر مقدار روشنایی آن است (امیری و همکاران، ۱۳۹۵: ۱۵۴). با توجه به ویژگی‌هایی که برای مسائل مدل‌سازی ذکر شد، این مسأله نیز نیازمند گردآوری اطلاعات و فرضیه‌سازی از سوی دانش‌آموز است. همچنین او را به استفاده از ایده‌های ریاضی و مفاهیمی دعوت می‌کند که دانشی جدید از آن به دست می‌آید. لذا، مکث کافی روی این‌گونه مسائل مفید به نظر می‌رسد. نتایج کمی حاصل از بررسی واحدهای تحلیل در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: نتایج کدگذاری سؤالات کتاب ریاضی دهم چاپ ۱۳۹۵، رشته تجربی و ریاضی فیزیک

مسائل زمینه‌مدار						
تعداد سؤالات	غیر معقول	مدل‌سازی	کاربرد استاندارد	زمینه جداشدنی	بدون زمینه	
۶۴	۰	۰	۹	۱	۵۴	کاردرکلاس
۴۳	۰	۰	۴	۱۲	۲۷	فعالیت
۷۷	۰	۰	۱۰	۵	۶۲	تمرین
۶	۰	۰	۰	۳	۳	مثال
۱۹۰	۰	۰	۲۳	۲۱	۱۴۶	مجموع
۲۷	۰	۰	۰	۴	۲۳	کاردرکلاس
۲۹	۰	۰	۰	۰	۲۹	فعالیت
۲۸	۰	۰	۲	۱	۲۵	تمرین
۷	۰	۰	۱	۰	۶	مثال
۹۱	۰	۰	۳	۵	۸۳	مجموع
۳۶	۰	۰	۰	۱	۳۵	کاردرکلاس
۳۶	۰	۰	۱	۰	۳۵	فعالیت
۴۲	۰	۰	۰	۰	۴۲	تمرین
۳	۰	۰	۰	۰	۳	مثال
۱۱۷	۰	۰	۱	۱	۱۱۵	مجموع
۲۹	۰	۰	۰	۱	۲۸	کاردرکلاس
۲۷	۰	۰	۰	۰	۲۷	فعالیت
۴۷	۰	۰	۶	۳	۳۸	تمرین
۱۳	۰	۰	۱	۱	۱۱	مثال
۱۲۶	۰	۰	۷	۵	۱۱۴	مجموع
۲۴	۰	۰	۱	۲	۲۱	کاردرکلاس
۱۵	۰	۰	۴	۲	۹	فعالیت
۷۳	۰	۰	۵	۹	۵۹	تمرین
۱	۰	۰	۰	۰	۱	مثال
۱۱۳	۰	۰	۱۰	۱۳	۹۰	مجموع
۴۱	۰	۰	۱۲	۰	۲۹	کاردرکلاس
۳۷	۰	۱	۶	۰	۳۰	فعالیت
۴۰	۰	۰	۲۱	۲	۱۸	تمرین
۲۰	۰	۰	۱۰	۰	۱۰	مثال
۱۳۹	۰	۱	۴۹	۲	۸۷	مجموع
۴۷	۰	۱	۳۷	۰	۷	کاردرکلاس

فصل اول
(مجموعه
الگو دنباله)

فصل دوم
(مثلثات)

فصل سوم
(توانهای
گویا و
عبارات
جبری)

فصل چهارم
(معادله و
نامعادله)

فصل پنجم
(تابع)

فصل ششم
(شمارش
بدون
شمردن)

فصل هفتم

فعالیت	۴	۲	۹	۱	۰	۱۹
تمرین	۱۸	۰	۲۵	۰	۰	۴۶
مثال	۴	۰	۲۰	۰	۰	۲۴
مجموع	۳۳	۲	۹۱	۲	۰	۱۲۸

همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، در میان سؤالات زمینه‌مدار همه فصلها به جز فصلهای دوم و پنجم، مسائل کاربرد استاندارد بیشترین تعداد را دارند (که در جدول پررنگ‌تر دیده می‌شوند) که این یک نتیجه رضایت‌بخش است، زیرا مسائل کاربرد استاندارد نسبت به مسائل با زمینه جداشدنی در پرداختن به کاربردهای ریاضی مؤثرترند. از دیگر نتایج این پژوهش این است که در هیچ‌کدام از فصلها، مسائل غیرمعقول یافت نشده است.

نتایج حاصل از تجزیه تحلیل داده‌های این پژوهش را می‌توان به تفکیک بخشهای گوناگون کتاب نیز با توجه به مقوله‌های چارچوب پژوهش، بازنمایی کرد. این بازنمایی در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳: نتایج کدگذاری به تفکیک بخشها

مسائل زمینه‌مدار				
	بدون زمینه	بازمینه جداشدنی	کاربرد استاندارد	مدل‌سازی
فعالیت	۷۹/۲٪	۷/۴٪	۱۱/۱۱٪	۰/۹۳٪
کار در کلاس	۷۳/۵٪	۳/۴٪	۲۲/۰۱٪	۰/۳۷٪
تمرین	۷۴/۰۱٪	۵/۶٪	۱۹/۲٪	--
مثال	۵۱/۴٪	۵/۴۱٪	۵۰٪	--
مجموع	۷۳/۹٪	۵/۴٪	۲۰/۸٪	۰/۳۳٪

طبق جدول ۳، اغلب مسائل زمینه‌مداری که در کتاب مطرح شده‌اند، مسائل کاربرد استاندارد با درصد فراوانی بیش از ۲۰ درصدند. همچنین، بیش از ۵ درصد از کل سؤالات کتاب، بدون در نظر گرفتن زمینه حل می‌شوند و کمتر از یک درصد از سؤالات به مقوله مدل‌سازی تعلق دارند. همچنین طبق داده‌های جدول ۳، بخش فعالیتها و تمرینها، در مقایسه با دیگر بخشها دارای بیشترین مسائل بدون زمینه دنیای واقعی است. نتایج در مورد مثالها رضایت‌بخش‌تر بود، زیرا طبق داده‌های جدول، نیمی از مثالهای حل شده کتاب زمینه‌مدارند.

بحث و نتیجه‌گیری

یکی از اهداف نظام آموزشی هر جامعه، تربیت افرادی است که بتوانند به نحوی مطلوب مسائل و مشکلات دنیای واقعی را حل کنند. بررسی منابع مربوط به اهداف برنامه درسی ریاضی در نظام آموزشی ایران نشان می‌دهد که کاربردی بودن ریاضی، از دیرباز مورد توجه برنامه‌ریزان نظام آموزشی بوده است (محسن‌پور و همکاران، ۱۳۹۴). مسئولان و طراحان برنامه درسی با در نظر داشتن این هدف مهم، می‌توانند محتوای دروس را طوری تعیین کنند که دانش‌آموزان با فراگیری آنها توانایی به‌کارگیری دانش خود در حل مسائل دنیای واقعی را کسب کنند. در کشور ما به‌دلیل متمرکز بودن نظام آموزشی، کتابهای درسی محور اصلی فعالیتهای یاددهی و یادگیری اند. بنابراین شکل‌گیری پژوهشهایی در زمینه تحلیل کتابهای درسی ریاضی بر اساس میزان کاربرد مسائل زمینه‌مدار ضروری است. پژوهش حاضر با هدف تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه دهم نظری بر اساس مسائل زمینه‌مدار با تأکید بر مدل‌سازی انجام شده است.

نتایجی که از تحقیق حاضر به‌دست آمده بیانگر آن است که بیشتر مسائل مطرح شده در کتاب ریاضی پایه دهم بدون زمینه دنیای واقعی اند که البته وجود این سؤالات در حد متعادل، برای فراگیری روابط و رویه‌های ریاضی ضروری است. همچنین مسائل زمینه‌مدار بیشتر در قالب کاربرد استاندارد مطرح شده‌اند. این نتیجه از نقاط قوت کتاب است، زیرا این مسائل تمرین مناسبی پیش از پرداختن به مسائل مدل‌سازی محسوب می‌شوند. رتبه دوم پس از مسائل کاربرد استاندارد، به مسائل با زمینه جداشدنی تعلق دارد. در تحقیقات مشابه درمورد کتابهای ریاضی پایه‌های دیگر، تعداد مسائل با زمینه جداشدنی به‌طور قابل توجهی بیشتر از کتاب مورد مطالعه این پژوهش است (اکبری بلوچ و اسماعیلی، ۱۳۹۱). آنچه در مورد این دسته از مسائل زمینه‌مدار شایان ذکر است، این است که در حقیقت مسائل با زمینه جداشدنی تأثیری در آموزش مسائل مدل‌سازی ندارند و کاربرد واقعی ریاضیات را نشان نمی‌دهند، زیرا دانش‌آموزان می‌توانند زمینه مسأله را حذف و مسأله را در دنیای رویه‌ای ریاضی حل کنند که این موجب بی‌اعتمادی دانش‌آموز به کاربردهای ریاضی خواهد شد (کریمی فردین‌پور، ۱۳۹۵). ارائه این‌گونه مثالها در حد معمول، سبب کسب مهارت در انجام دادن رویه‌های ریاضی است، لیکن تکرار بیش از حد آنها غیرواقعی بودن مسائل ریاضی و ساختگی بودن موقعیتهای مسائل ریاضی را در ذهن دانش‌آموز تداعی خواهد کرد. در مورد این مسائل می‌توان گفت ارتباط ناقصی از دنیای واقعی به دنیای ریاضی دیده می‌شود و طبق نظر گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱)، مسائلی که زمینه‌ای جداشدنی دارند، بدون در نظر گرفتن

زمینه دنیای واقعی قابل حل اند. این نوع مسائل گاهی به دلیل کمبود الگوهای مناسب و منابع در دسترس به جای مسائل مدل‌سازی طراحی می‌شوند که خطرات زیادی را در پی خواهند داشت (کریمی فردین‌پور، ۱۳۹۵). اگر قرار است ریاضی را دانشی برای حل مسائل دنیای واقعی معرفی کنیم، لازم است دانش‌آموز با مسائلی درگیر شود که اطلاعات زمینه، نقشی پررنگ در حل آن دارند.

تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش حاضر نشان می‌دهد که نیمی از مثالهای حل شده کتاب، دارای زمینه دنیای واقعی و از نوع کاربرد استانداردند. این مسائل دنیای واقعی را به صورت معناداری به دنیای ریاضی مرتبط می‌کنند. از آنجا که هنگام حل مسائل کاربرد استاندارد، دانش‌آموز کاربرد ریاضی در حل مسائل دنیای اطراف را به خوبی لمس می‌کند، شایسته است در بخشهای انتزاعی‌تر ریاضی به میزان مناسب، مسائل کاربرد استاندارد طراحی شوند. با تمرکز بیشتر بر داده‌های پژوهش می‌توان دریافت، بیشترین مسأله زمینه‌مدار در فصل آمار و احتمال (فصل هفتم) عنوان شده است. این مطلب با نتایج مطالعاتی در زمینه مدل‌سازی و احتمال هماهنگی دارد. براون و ایکیدا (۲۰۱۵) در فراتحلیل خود، احتمال را یکی از بهترین مباحث برای آموزش مسائل مدل‌سازی معرفی کردند.

نتایج همچنین حاکی از آن است که بیشترین مسائل دارای زمینه جداشدنی، در بخش فعالیتها مطرح شده‌اند. شایان ذکر است که در بخش فعالیتها، دانش‌آموزان به شیوه اکتشافی به درک مفاهیم و روابط جدید دست پیدا خواهند کرد و چنانچه این امر در یک زمینه متناسب با شرایط زمان و مکان آنها انجام‌گیرد، نتیجه یادگیری، موفقیت‌آمیزتر خواهد بود. نتیجه دیگری که از این مطالعه به دست آمد، عدم وجود مسائل غیرمعمول بود. این مسائل در کتابهای قدیمی و در معماهای ریاضی به وفور یافت می‌شدند و عدم حضور آنها در کتاب ریاضی تازه تألیف دهم، از نقاط قوت این کتاب است و دقت نظر مؤلفان را می‌رساند.

حضور کمرنگ مسائل مدل‌سازی، از دیگر یافته‌های پژوهش حاضر است. تحقیقات پیشین در زمینه تحلیل محتوای کتابهای درسی ریاضی در ایران نیز این نتیجه را تصدیق می‌کنند (رفیع‌پور، ۱۳۹۱؛ رفیع‌پور، ۱۳۹۴؛ اکبری بلوچ و اسماعیلی، ۱۳۹۱). علی‌رغم اینکه نتایج پژوهشهای حوزه مدل‌سازی در سراسر جهان، اهمیت این رویکرد و لزوم استفاده از آن را در آموزش ریاضی نشان می‌دهد، در آموزش ریاضی مدرسه‌ای در اغلب کشورها هنوز مدل‌سازی از جایگاهی مناسب

برخوردار نیست و آنچه عملاً در کلاسهای درس اجرا می‌شود، کاربردهای ریاضی است نه مدل‌سازی (بلوم، ۲۰۱۵؛ استیلمن و گالبرایت، ۲۰۱۱). در اینجا مهم است که میان مدل‌سازی و کاربردها تمایز قائل شویم. مدل‌سازی در جهان واقعی آغاز می‌شود و نیاز به این است که فرد مسأله‌حل‌کن بر اساس وضعیت واقعی، طرحی تهیه کند و سپس، آن را به صورت ریاضی ترجمه کند. اما در مورد کاربردها، این ریاضی‌سازی برای فرد مسأله‌حل‌کن انجام شده است و به عهده او نیست (براون و ایکیدا، ۲۰۱۵). یعنی شرایط یک مسأله واقعی به مدلی ریاضی تبدیل شده است. به علاوه هدف در مسائل کاربرد استاندارد، تمرین است، ولی هدف در مسائل مدل‌سازی، مواجهه با دنیای واقعی است. می‌توان گفت که استفاده از کاربردهای ریاضی در کلاس درس نیز باید به شیوه ای مناسب انجام گیرد. گاهی در پرداختن به کاربردهای ریاضی، در بیشتر مواقع از مسائل ریاضی با پوشش دنیای واقعی استفاده می‌شود که گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) آنها را مسائلی با زمینه غیرمعقول نام نهادند.

یکی از دلایل مهم برای حضور کمرنگ مدل‌سازی در ریاضی مدرسه‌ای این است که مدل‌سازی یک فعالیت نیازمند تلاش و مهارت بسیار است و معلمان برای به کارگیری این رویکرد در کلاسهای درس باید دارای صلاحیتهای متعدد باشند (بلوم‌هاج و جنسن، ۲۰۰۳؛ بلوم، ۲۰۱۵؛ براون و ایکیدا، ۲۰۱۵). طبیعتاً این صلاحیتهای باید از طریق دروس دانشگاهی یا دوره‌های ضمن خدمت تخصصی کسب شوند. دلیل دیگر این است که انجام دادن فعالیتهای مدل‌سازی بسیار وقت‌گیر است و نیاز به شیوه ارزشیابی خاص دارد (استیلمن و گالبرایت، ۲۰۱۱؛ بلوم، ۲۰۱۵؛ رفیع‌پور، ۱۳۹۳). نگرش معلمان ریاضی نیز دربارهٔ مسائل مدل‌سازی اهمیت فراوان دارد. در مطالعه رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۹) این نگرش بررسی شده و نتایج حاکی از آن است که برخی از معلمان ریاضی، مسائل کاربردی را جزئی از مسائل ریاضی نمی‌دانند و معتقدند این‌گونه مسائل بهتر است در درسهایی مانند اقتصاد مطرح شود.

محققان با انجام دادن مطالعاتی مانند پژوهش حاضر، سعی بر آن دارند که توجه آموزشگران ریاضی و مؤلفان را بر این مهم جلب کنند که پرداختن به مدل‌سازی و کاربردها، قدرت ریاضی را می‌نمایاند و جهت‌گیری از تجرید به سمت واقعیت، بر این عقیده دانش‌آموزان که دنیای انتزاعی ریاضی منفصل از جهان واقعی است، خط بطلان می‌کشد و یادگیری مفهومی را افزایش می‌دهد. البته فعالیتهای مدل‌سازی به سبب ماهیت، امکان ارائه شدن را در تمامی کلاسهای درس ندارند، اما طبق نتایج پژوهشها وجود تعدادی از این نوع مسائل در پایان برخی فصلهای کتاب، خالی از فایده

نیست. در ضمن مرور پیشینه پژوهش نشان داد که یک راه بهره‌گیری مؤثر از زمان، طرح مسائلی در کتاب است که بر یک یا دو مولفه از چرخه مدل‌سازی (فرمول‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر) تمرکز داشته باشند.

این پژوهش با محدودیتهایی همراه بود. برای مثال برای تحلیل محتوا از چارچوب گالبرایت و استیلمن (۲۰۰۱) بهره‌گیری شده است که در مورد تشخیص مسائل مدل‌سازی دیدگاه نسبتاً سخت‌گیرانه‌ای دارد. شاید با بهره‌گیری از دیگر چارچوبهای مدل‌سازی تعدادی از مسائل کاربرد استاندارد در این تحقیق نیز در دسته مسائل مدل‌سازی محسوب شوند. در ضمن برای چنین مطالعاتی، دسترسی به متخصصان داخلی حوزه مدل‌سازی دشوار است. امید است این مطالعه و نظایر آن مورد توجه دست‌اندرکاران تألیف و آموزش کتابهای درسی ریاضی قرار گیرد. هر چند قلم زدن در زمینه بهره‌گیری از رویکردهای جدید آموزش ریاضی آسان به‌نظر می‌رسد، عملی کردن این رویکردها مستلزم انجام دادن تحقیقات گسترده و پیمودن راهی طولانی و گاهی ناهموار است. در پایان پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آینده کتابهای درسی ریاضی در پایه‌های دیگر از لحاظ میزان به‌کارگیری مسائل زمینه‌مدار به‌ویژه مدل‌سازی مورد بررسی قرار گیرند و همچنین منابع مناسب مسائل مدل‌سازی که قابل استفاده در کلاسهای درس باشند، شناسایی گردند.

منابع

- اکبری بلوچ، مهدی و اسماعیلی، مریم. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسائل کتاب ریاضی سال اول دوره اول متوسطه بر اساس رویکرد مدل‌سازی. مقاله ارائه شده در سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی. تهران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.
- امیری، حمیدرضا و همکاران. (۱۳۹۵). ریاضی (۱) پایه دهم دوره دوم متوسطه. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- خانی، نفیسه و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۴). تحلیل محتوای کتابهای ریاضی جدیدالتألیف دوره ابتدایی بر اساس رویکرد مدل‌سازی. مجموعه مقالات هفتمین همایش ملی آموزش، اردیبهشت ۱۳۹۴، تهران، ایران.
- دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
- رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان براساس رویکرد مدل‌سازی. فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران، ۶، ۱۳۵-۱۵۶.
- _____ (۱۳۹۳). مدل‌سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش. دوفصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲ (۳)، ۹۳-۱۱۶.
- _____ (۱۳۹۴). ظرفیت‌های بالقوه و موانع استفاده از «رویکرد کاربرد و مدل‌سازی» در آموزش ریاضی دانشگاهی. دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی، ۶ (۱۲)، ۱۷۳-۱۸۸.
- رفیع‌پور، ابوالفضل و گویا، زهرا. (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۹ (۱)، ۹۱-۱۲۰.
- زندگی گوه‌ریزی، بتول و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۵). استفاده از رویکرد انتقادی در حل یک مسأله مدل‌سازی. رشد آموزش ریاضی، ۳۴ (۳)، ۶-۱۱.
- کریمی فردین‌پور، یونس. (۱۳۹۵). تحلیل محتوای برنامه درسی معادلات دیفرانسیل. فرهنگ و اندیشه ریاضی، ۳۵ (۵۸)، ۸۹-۱۰۲.
- محسن‌پور، مریم؛ گویا، زهرا؛ شکوهی یکتا، محسن؛ کیامنش، علیرضا و بازرگان، عباس. (۱۳۹۴). سنجش تشخیصی صلاحیتهای سواد ریاضی. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۱۴ (۱)، ۷-۳۳.
- هولستی، ال. ار. (۱۳۸۰). تحلیل محتوا در علوم اجتماعی و انسانی، ترجمه نادر سالار زاده امیری. تهران: انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی، چاپ دوم.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.
- _____ (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 45-56). Springer. New ICMI Study Series, Vol. 10.

- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In S. Cho (Ed.), *The Proceeding of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-95). Springer, Cham.
- Brown, J., & Ikeda, T. (2015). Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics. In S. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 469-473). Springer, Cham.
- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases of modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Ferri, R. B., & Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education—experiences from a modelling seminar. *Proceedings of CERME 6*, January 28th-February 1st 2009, Lyon France, 2046-2055.
- Galbraith, P. L., & Stillman, G. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. *Modelling and Mathematics Education, ICTMA 9*, 300-310.
- Ikeda, T. (2013). Pedagogical reflections on the role of modelling in mathematics instruction. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 255-275). Dordrecht: Springer.
- _____. (2015). Applying PISA ideas to classroom teaching of mathematical modelling. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (p. 221-238). Springer, Cham.
- Kaiser, G. (2005). Mathematical modelling in school - examples and experiences. In H.-W. Henn, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematikunterricht in Spannungsfeld von Evolution und Evaluation* (pp. 99-108). Hildesheim: Franzbecker.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In R. Lesh, P.L. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 43-59). Springer US.
- Niss, M., Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Rafiepour, A., Stacey, K. & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal*, 24(1), 403-421.
- Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. In K. Stacey, & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience*. (pp. 57-84). Springer.
- Stillman, G., & Galbraith, P. (2011). Evolution of applications and modelling in a senior secondary curriculum. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14* (pp. 689-699). The Netherlands: Springer.
- Stillman, G. A., Brown, J. P., Faragher, R. M., Geiger, V., & Galbraith, P. (2013). The role of textbooks in developing a socio-critical perspective on mathematical modelling in secondary classrooms. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P.

Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 361-371). Dordrecht: Springer.

Verschaffel, L. (2002). Taking the modelling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls (plenary lecture). In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp. 64-80). Norwich, England: University of East Anglia.