

بررسی میزان انتباط کتاب درسی ریاضی پایه نهم با مسائل دنیای واقعی

محمد ابراهیمی علویجه*

دکتر نرگس یافتیان**

چکیده

آموزش از دیرباز و در همه جوامع از مقولات و درگیریهای عملده بوده است، اما در دوره‌های زمانی و جوامع گوناگون هدف از آموزش می‌تواند متفاوت باشد. امروزه و به‌ویژه در ایران هدف از آموزش، تربیت نسلی است که از عهده حل مشکلات و مسائل پیرامونی برآید. به طور خاص هدف از آموزش ریاضی توانایی به‌کارگیری آموخته‌های ریاضی مدرسه در زندگی واقعی است. این توانایی در اکثر جوامع با نام سواد ریاضی خوانده شده و به صورت دوره‌ای و هر سه سال یک‌بار از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی با مطالعه پیزا بررسی می‌شود. پژوهش حاضر به روش توصیفی، تحلیلی- تطبیقی با هدف مقایسه مسائل متشرشده مورد استفاده در آزمون مطالعه پیزا با مسائل و تمرینهای کتاب ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و بررسی میزان انتباط آنها با یکدیگر انجام شده است. این‌بار این پژوهش جدولهای محقق ساخته دسته‌بندی مسائل است که برای اعتبار صوری و محتوایی آن از نظرات دیگران با سابقه ریاضی و صاحب‌نظران استفاده شده است. جامعه آماری پژوهش کتاب ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و نمونه بخشی‌های مربوط به هندسه در این کتاب است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که اگرچه مسائل دنیای واقعی در فصلهای مربوط به هندسه در کتاب مورد بحث وجود دارد، اما این مسائل در کتاب پاسخ داده شده است و عملاً دانش آموزان به شکلی بسیار محلود حل این نوع مسائل را تمرین می‌کنند. نتایج این پژوهش می‌تواند در بازبینی و تنظیم مواد آموزشی مناسب برای کتابهای درسی و رفع کاستیهای کتابهای تازه تألیف به مؤلفان کمک کند.

کلید واژگان: سواد ریاضی، کتاب ریاضی پایه نهم، مطالعه پیزا

تاریخ دریافت: ۹۶/۲/۱۹ تاریخ پذیرش: ۹۶/۲/۵

Ebrahimi.mohamad20@gmail.com
yaftian@srttu.edu

* کارشناس ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی (نویسنده مسئول)

** استادیار گروه ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

مقدمه

آموزش و پرورش از مهم‌ترین موضوعات جوامع امروزی است که اهداف آن در هر جامعه متفاوت است. شورای ملی معلمان ریاضی^۱ (۲۰۰۰) بر این باور است که یک برنامه درسی ریاضی مفید و مؤثر، باید متمرکز باشد روی ریاضیاتی که دانش‌آموزان را برای حل مسائل واقعی در موقعیتهای گوناگون مدرسه‌ای آماده کند. در سند برنامه درسی ملی ایران نیز یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضیات به کارگیری ریاضی برای حل مسائل روزمره چنین عنوان شده است:

«وجه مهم ریاضی توامندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیتهای پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیتهای ممکن مادی طبیعی، اقتصادی و اجتماعی است. بنابراین، توانایی به کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد(برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۹۱: ۳۳).»

کاربردی بودن برنامه درسی ریاضی همواره از اهداف اساسی نظام آموزشی ایران بوده است. علاوه بر هدف‌گذاری سند برنامه درسی ملی کشورمان که در بالا اشاره شد، در نخستین برنامه درسی ملی نیز به کاربردی بودن یا زمینه‌دار بودن اشاره شده است (گویا، ۱۳۹۰). پیش از این نیز دانشمندان ایرانی در دوران طلایی تمدن ایرانی - اسلامی بر کاربردی بودن مفاهیم و آموزش‌های ریاضی اشاره داشته‌اند (گویا، ۱۳۸۹). همچنین مدقالچی، یکی از مؤلفان کتابهای درسی ریاضی در شروع تغییر نظام جدید متوسطه در سال ۱۳۷۱، در میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی اظهار می‌داد که در تدوین کتابهای نظام جدید متوسطه، جنبه‌های عمومی بودن و کاربردی بودن، موردنظر مؤلفان می‌باشد (میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، ۱۳۷۵).

همان‌طور که بیان شد کاربردی بودن و تربیت افرادی با توانایی حل مسائل دنیای واقعی با استفاده از ریاضیاتی که در مدارس می‌آموزند از جمله اهداف اساسی آموزش ریاضیات در نظام آموزشی ایران بوده است. در اکثر جوامع آموزشی این توانایی را سواد ریاضی^۲ می‌نامند (اخوشه، ۲۰۱۱). از دیدگاه شورای ملی معلمان ریاضی (۱۹۸۹):

«برای با سواد شدن از نظر ریاضی، دانش‌آموزان باید پیش از حساب بدانند. ایشان باید شاخه‌های مهمی از ریاضیات همچون اندازه‌گیری، هندسه، آمار، احتمال و جبر را بیاموزند. شاخه‌های گوناگون ریاضی در رشته‌ها و مشاغل گوناگون، کاربرد و اهمیت روزافزون و در حال رشدی دارند(ص ۱۸).»

1. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

2. Mathematical literacy

3. Ojose

اصطلاح سواد ریاضی که از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی رایج شده است (دو لانگه^۱، ۲۰۰۶)، از طرف این سازمان این گونه تعریف شده است:

«سواد ریاضی، توانایی فردی برای صورت‌بندی، به کارگیری و تفسیر ریاضیات در زمینه‌های گوناگون است که شامل استدلال ریاضی و استفاده از مفاهیم، روشها، حقایق و ابزار ریاضی برای توصیف، بیان و پیش‌بینی پدیده‌هاست. سواد ریاضی برای شناختن نقشی که ریاضیات در جهان بازی می‌کند و برای ساختن قضاوت‌های مستدل و تصمیمات مورد نیاز برای یک شهر وند سازنده، متعهد و فکور به افراد کمک می‌کند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷: ۶۷).»

با توجه به اهمیت سواد ریاضی، نظامهای آموزشی به ارزیابی سواد ریاضی دانش‌آموزان خود پرداخته‌اند. مثلاً، ساری و والنتینو^۲ (۲۰۱۷) برای ارزیابی سواد ریاضی دانش‌آموزان، با برگزاری آزمونی متناسب با سطح دانش ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله دریافتند که سواد ریاضی این دانش‌آموزان در سطحی نامطلوب قرار دارد. در پژوهشی دیگر که ازکان و اویازلان^۳ (۲۰۱۸) در کشور ترکیه انجام داده‌اند، میزان موفقیت دانش‌آموزان در پاسخ‌گویی به انواع مسائل در سالهای ۲۰۰۳ و ۲۰۱۲ مورد مقایسه قرار گرفته است. بر اساس این پژوهش، دانش‌آموزان در هر دو سال در پاسخ‌گویی به مسئله‌های چندگزینه‌ای موفق‌تر بوده‌اند.

به نظر می‌رسد که تعریف سواد ریاضی از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی با اهداف مذکور در سند برنامه درسی ملی ایران همخوانی قابل قبولی دارد. این سازمان با هدف ارزیابی توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل روزمره در قالب یک برنامه بین‌المللی به نام پیزا^۴، به سنجش دانش‌آموزان ۱۵ ساله می‌پردازد. ایران تاکنون در این مطالعه شرکت نکرده است. با این حال رفیع‌پور (۱۳۸۹) در بخشی از پژوهش خود از ۱۴ معلم ریاضی درباره پیش‌بینی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در آزمون پیزا نظرخواهی کرده است. معلمان عملکرد دانش‌آموزان ایرانی را در این آزمون، ضعیف پیش‌بینی کرده‌اند. دلایل معلمان در پاسخ به چرایی این پیش‌بینی چنین بیان شده است: (الف) حل مسائل کلیشه‌ای یعنی مسائلی که دانش‌آموزان با زمینه آن آشنا هستند، (ب) کتابهای درسی ریاضی یعنی عدم استفاده کتب درسی از مسائلی شبیه به مسائل پیزا باعث عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی در این مطالعه می‌شود، (پ) تأثیر ارزشیابیهای بیرونی و امتحانات نهایی، منظور از این مورد، تأثیر مخرب آزمونهای هماهنگ در آموختش است، یعنی این نوع

1. De Lange

2. Sari & Valentino

3. Özkan & Özslan

4. Program for International Student Assessment (PISA)

ارزشیابی باعث حضور پررنگ مسائل کلیشه‌ای و تکراری است و ت) دانش معلمان ریاضی یعنی عدم توانایی کافی معلمان در حل مسائل واقعیت‌مدار نیز یکی از دلایل این پیش‌بینی عنوان شده است (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹).

شایان و همکارانش (۱۳۹۵) نیز در مطالعه‌ای به بررسی عملکرد معلمان ریاضی یکی از شهرستانهای استان اصفهان در آزمونی شبیه به آزمونهای مورد استفاده در مطالعه پیزا پرداختند که عملکرد معلمان در آزمون مذکور مطلوب نبود. از این رو در پژوهش حاضر به بررسی کتاب درسی ریاضی پرداخته شد که به نظر معلمان یکی از دلایل عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی در حل مسائل دنیای واقعی است.

نظام آموزشی متشکل از مجموعه عواملی شامل معلم، دانش‌آموز، محتوای آموزشی، وسایل کمک آموزشی، برنامه‌ریزان و دست‌اندرکاران آموزشی است که به منظور تحقق بخشیدن به اهداف درنظر گرفته شده، فعالیت می‌کنند (کریپندورف^۱، ۱۹۸۰، ترجمه نایبی، ۱۳۸۶). لازمه دستیابی به اهداف آموزشی آن است که همه این اجزا همسو با اهداف تعیین شده باشند. به طور خاص در ریاضی محتوای برنامه و کتب درسی ریاضی، تأثیری مهم بر عملکرد دانش‌آموزان دارد (گویا، ۱۳۷۵؛ رفیع‌پور، ۱۳۸۹). این تأثیر در نظامهای آموزشی متمرکز مانند ایران بیشتر است (گویا، ۱۳۷۵). به اعتقاد گویا (۱۳۷۵) در ایران، به دلیل متمرکز بودن نظام آموزشی و کمبود رسانه‌های متنوع آموزشی، کتاب درسی اهمیت بالایی دارد. در واقع، تهیه برنامه درسی و ریز مواد درسی مناسب ریاضی و تأليف کتب ریاضی مناسب با نیازهای جامعه یکی از قوی‌ترین ابزار اعتلای آموزش ریاضی در ایران است. به دلیل این اهمیت، مطالعه و بررسی کتابهای درسی ریاضی ضرورت می‌یابد. رفیع‌پور (۱۳۸۹) بررسی کتابهای درسی را به سه دلیل مهم عنوان کرده است:

- وجود نظام آموزشی متمرکز در ایران
 - تأکید محققان بر اهمیت مطالعه کتابهای درسی
 - نقش رویکرد کتابهای درسی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان
- بنابر تمام آنچه بیان شد برای سنجش میزان توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل دنیای واقعی نیاز به معیاری مانند آزمونهای بین‌المللی است که در میان این آزمونها اهداف برگزارکنندگان مطالعه پیزا منطبق بر وجهه کاربردی آموزش ریاضی در ایران است. در خلال بررسی مطالعه پیزا مشخص شد که جامعه هدف این مطالعه دانش‌آموزان ۱۵ ساله‌اند؛ نوجوانانی که با گذران دوران

1. Krippendorff

آموزش عمومی، خود را برای ورود به دنیای واقعی آماده می‌کنند. از این رو و با توجه به اهمیت کتابهای درسی در ساختار متمرکز آموزش در ایران، برآن شدیم تا طی پژوهشی به طور مشخص در پی یافتن پاسخ به این پرسش اساسی باشیم که آیا تمرينها، مسائل و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم، دانش آموزان را برای حل مسائل دنیای واقعی آماده می‌کند؟

مبانی نظری

تعريف سواد ریاضی ارائه شده در چارچوب ریاضی پیزا را می‌توان با سه جنبه زیر تحلیل کرد که ارتباط شایان توجهی با یکدیگر دارند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷):

- فرایندهای ریاضی^۱ که فعالیتهايی که فرد برای مرتبط کردن زمینه مسئله با ریاضی انجام می‌دهد و همچنین صلاحیتهای شناختی مورد نیاز را برای این فعالیتها توصیف می‌کند.
- محتواي ریاضی^۲ که برای پاسخ به سؤالات آزمون مورد استفاده قرار می‌گيرد.
- زمينه‌ها^۳ که سؤالات آزمون، در آنها شکل گرفته‌اند.
- در ادامه هر یک از جنبه‌های فوق توضیح داده می‌شوند.

الف) فرایندهای ریاضی

در تعريف سواد ریاضی که پیش از این ارائه شد، به توانایی شخص در صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر ریاضیات تأکید شده است. این سه اصطلاح – صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر – یک ساختار مفید و معنادار برای توصیف فرایندهای ریاضی که شخص برای مرتبط کردن زمینه مسئله با ریاضیات و سپس حل آن انجام می‌دهد، فراهم می‌کند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷، ۲۰۱۷). در چارچوب ۲۰۱۵ پیزا بیان شده است که هر سؤال آزمون به یکی از سه فرایند زیر اختصاص داده شده است:

- صورت‌بندی موقعیتها به صورت ریاضی
- به‌کارگیری مفاهیم، حقایق، روشها و استدلال ریاضی
- تفسیر، استفاده و ارزیابی نتایج ریاضی

فرایند صورت‌بندی، توانایی یک دانش آموز برای شناسایی و تشخیص فرصتهای استفاده از ریاضی در موقعیتهای مسئله و سپس فراهم کردن ساختار ریاضی مورد نیاز برای تبدیل مسئله زمینه‌دار^۴ به مسئله ریاضی را نشان می‌دهد. فرایند به‌کارگیری، چگونگی انجام دادن محاسبات،

1. Mathematical processes
2. Mathematical content
3. Contexts
4. Contextualized

دستورالزی و استفاده از مفاهیم و حقایقی را نشان می‌دهد که دانش آموزان پیشتر برای دستیابی به یک راه حل ریاضی برای مسئله‌ای که به طور ریاضی صورت‌بندی شده است، آموخته‌اند. فرایند تفسیر، توانایی انعکاس پاسخ مسئله از دنیای ریاضی به دنیای واقعی و توانایی تشخیص مستدل بودن پاسخ را نشان می‌دهد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷).

تدوین سوالات ارزیابی سواد ریاضی در مطالعه پیزا به نوعی است که تعادل میان فرایندهایی که جهان ریاضی را با دنیای واقعی مرتبط می‌کنند برقرار شود (همان منع). در جدول ۱ توزیع سوالات بر حسب نوع فرایند مورد نیاز، مشخص شده است.

جدول ۱: توزیع سوالات آزمون پیزا براساس نوع فرایند مورد نیاز

درصد سوالات	دسته فرایند
۲۵	صورت‌بندی موقعیتها به صورت ریاضی
۵۰	به کارگیری مفاهیم، حقایق، روشهای ریاضی و استدلال ریاضی
۲۵	تفسیر، استفاده و ارزیابی نتایج ریاضی
۱۰۰	مجموع

براساس این جدول، طراحی سوالات آزمون به گونه‌ای است که تعداد سوالات مربوط به برقراری ارتباط میان دنیای ریاضی و دنیای واقعی با تعداد سوالات مربوط به فعالیت درون دنیای ریاضی، برابر است و همچنین میان سوالات مربوط به صورت‌بندی و تفسیر نیز از نظر تعداد، تعادل برقرار شده است.

ب) محتوای ریاضی

چارچوب مطالعه پیزا به منظور طراحی و تدوین سوالات، دانش ریاضیات را در چهار دسته محتوایی تغییر و روابط^۱، فضا و شکل^۲، کمیت^۳ و عدم قطعیت^۴ و داده‌ها دسته‌بندی کرده است. این دسته‌های محتوایی با برنامه درسی مدارس انتباق معقولی دارند، اما منشأ این دسته‌بندی برنامه‌درسی مدارس شرکت کننده نیست (استیسی^۵، ۲۰۱۵). در این دسته‌بندی جنبه‌های محتوایی مربوط به توابع و جبر، از جمله عبارات جبری و معادلات و نامعادلات در دسته تغییر و روابط و بخشهایی از ریاضیات که مربوط به جهان فیزیکی و تصویری همچون الگوهای خواص اشیاء،

-
1. Change and relationships
 2. Space and shape
 3. Quantity
 4. Uncertainty
 5. Stacey

موقعیت و جهت‌یابی و رمزگذاری اطلاعات تصویری اند، در دسته فضا و شکل جای می‌گیرند. یادآوری می‌شود که بخش عمدت‌های از این بخش مربوط به هندسه است. اما آنچه مربوط به درک اندازه‌گیری، شمارش، مقیاسها، واحدها و اعداد باشد در دسته کمیت قرار دارد و در آخر، هر آنچه مربوط به آمار و احتمالات باشد در دسته عدم قطعیت و داده است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷). نحوه توزیع سوالات آزمون پیزا در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲: نحوه توزیع سوالات آزمون پیزا براساس محتوای هر مستله

درصد سوالات	دسته محتوایی
۲۵	تغییر و روابط
۲۵	فضا و شکل
۲۵	کمیت
۲۵	عدم قطعیت و داده
۱۰۰	مجموع

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود هر دسته محتوایی ریاضی سهم برابر با سایر دسته در سوالات آزمون دارد. هدف از این توزیع برابر این است که همه این دسته‌های محتوایی برای آن‌که فرد شهروندی سازنده، متعهد و فکور باشد، اهمیت دارد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷).

ج) زمینه‌ها

از آنجا که در قرن حاضر، افراد با محدوده‌ای وسیع از مسائل مواجه می‌شوند، برای مطالعه پیزا اهمیت دارد تا طراحی سوالات به‌گونه‌ای انجام شود که تنوعی وسیع از زمینه‌های ممکن مسائل زندگی پس از مدرسه را دربرگیرد. برای چارچوب ریاضی پیزا، چهار دسته زمینه برای دسته‌بندی سوالات آزمون در نظر گرفته شده است، این دسته‌ها عبارت اند از: شخصی، شغلی، اجتماعی و علمی (همان منبع).

در دسته‌بندی مذکور، پرسش‌هایی با زمینه شخصی، مربوط به فعالیت‌های شخصی، خانوادگی یا گروه همسالان است. پرسش‌هایی که در دسته شغلی قرار دارند، عمدتاً با بازار کار و اشتغال مرتبط‌اند. دسته اجتماعی مربوط به سوالاتی است که بر وجود مختلف اجتماعی زندگی فرد متمرکز است، مانند مسائل بومی، محلی یا ملی. نهایتاً، دسته علمی، مسائلی مرتبط با علوم و فناوری را دربر می‌گیرد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷؛ استیسی، ۲۰۱۵؛ محسن‌پور و همکاران، ۱۳۹۳). در جدول ۳ سهم هر دسته در تعداد سوالات نشان داده شده است.

جدول ۳: نحوه توزیع سؤالات آزمون پیزا بر اساس زمینه

دسته زمینه	درصد سؤالات
شخصی	۲۵
شغلی	۲۵
اجتماعی	۲۵
علمی	۲۵
مجموع	۱۰۰

براساس جدول ۳، هر دسته از زمینه با نسبتی برابر، درصدی از سؤالات آزمون را شامل می‌شود. در این مورد نیز برابری این درصد به منظور حفظ تعادل در طراحی و تدوین سؤالات آزمون اعمال شده است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷).

روش پژوهش

در این تحقیق از روش توصیفی، تحلیلی- تطبیقی استفاده شده است. برای این منظور پس از بررسی اهداف برنامه درسی، محتوای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ تحلیل و تطابق محتوای این کتاب با اهداف اسناد بالادستی تعیین شد. برای این منظور تمرینها و مثالهای کتاب درسی مذکور با سؤالات منتشر شده مطالعه پیزا مقایسه شد. انتخاب آزمون مورد استفاده در مطالعه پیزا برای مقایسه به این دلیل بود که اهداف بیان شده در چارچوب مطالعه پیزا با آنچه در اسناد بالادستی آموزش و پرورش ایران آمده است، همخوانی و اشتراک قابل قبولی دارد. در این پژوهش دو نمونه از پرسشهای منتشر شده مطالعه پیزا عیناً ترجمه و ارائه می‌شود، سپس در قیاس با پرسشهای مطرح شده در کتاب درسی میزان تطابق این مسائل با یکدیگر بررسی خواهد شد.

جامعه آماری این پژوهش همه سؤالات، تمرینها و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و نمونه انتخاب شده بخش‌های مربوط به هندسه در این کتاب است. انتخاب نمونه براساس دغدغه شخصی نگارندگان و وجود زمینه مناسب در این بخش از علم ریاضی برای پرداختن به مسائل دنیای واقعی بوده است. ابزار این پژوهش جداول محقق‌ساخته برای دسته‌بندی پرسشهای مسائل کتاب درسی است که به منظور بررسی روایی صوری و محتوایی، این جداول در اختیار دیگران با سابقه ریاضی و صاحب‌نظران قرار داده شده و تأیید شده است.

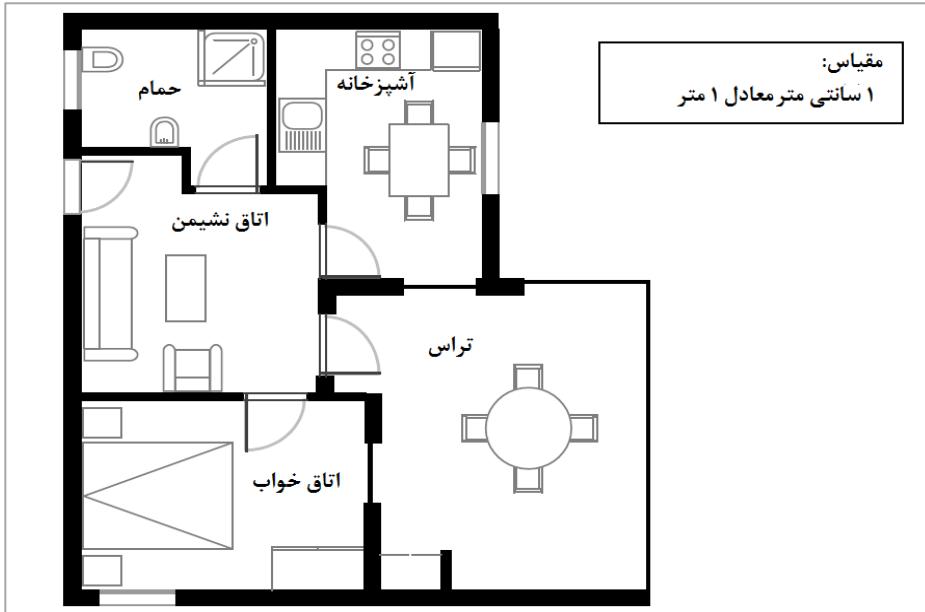
یافته‌ها

همان‌طور که پیش از این بیان شد برای تعیین میزان انطباق کتاب درسی با اهداف اسناد بالادستی آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران، اقدام به مقایسه سؤالات منتشر شده مطالعه

پیزا با تمرینات و پرسش‌های مطرح شده در کتاب درسی شد. به دلیل انتخاب بخش‌های هندسه کتاب درسی ریاضی پایه نهم، سوالات انتخابی از مطالعه پیزا مربوط به دسته محتوایی فضا و شکل است که دو نمونه از سوالات مذکور که یکی «خرید آپارتمان» و دیگری «نشت نفت» نام‌گذاری شده است در ادامه ارائه می‌شود. در شکل ۱، مسئله خرید آپارتمان که از سوالات منتشر شده مطالعه پیزا (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳) است، مشاهده می‌شود. در ادامه به هدف، دسته‌بندی محتوایی، زمینه و فرایند مورد نیاز برای حل این مسئله نیز اشاره خواهد شد.

الف) خرید آپارتمان

این نقشه آپارتمانی است که والدین جورج می‌خواهند از یک بنگاه املاک بخرند.



- توجه ۱: در این مسئله واحداً در دستگاه متریک است.
- توجه ۲: اصطلاح "بنگاه املاک" اصطلاحی محلی به معنای محل خرید و فروش خانه است.

سؤال ۱: خرید آپارتمان (PM00FQ01 - 019)

برای تخمین زدن مساحت کل یک طبقه از آپارتمان (شامل تراس و دیوارها)، می‌توانید اندازه هر اتاق را به دست آورید و با جمع کردن هر یک مساحت کل را بیابید.

روش کارآمدتری نیز وجود دارد که برای محاسبه مساحت کل طبقه، نیاز به محاسبه طول ۴ ضلع است. چهار طولی را که برای محاسبه مورد نیاز است، روی نقشه بالا علامت بزنید.

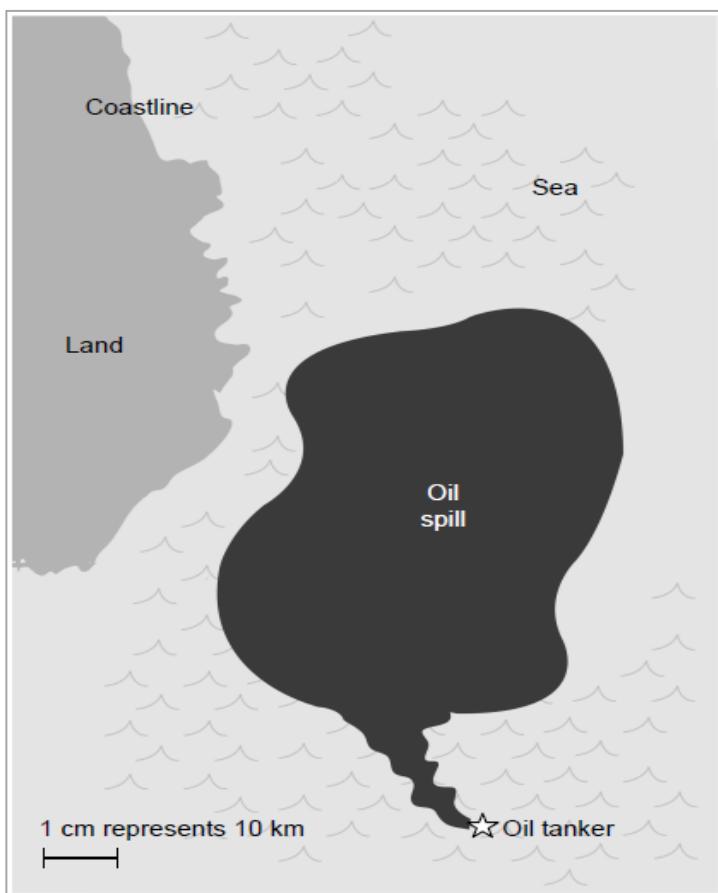
شکل ۱. سوال خرید آپارتمان (019 - PM00FQ01) از سوالات ریاضی منتشر شده مطالعه پیزا

(سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳، ص ۴)

هدف از این مسئله سنجش توانایی دانشآموز در استفاده از استدلال فضایی برای پیدا کردن کمترین تعداد اضلاع مورد نیاز برای محاسبه مساحت یک آپارتمان است که باید روی نقشه نمایش داده شود. دانش مورد نیاز برای حل این سوالات، اطلاع از نحوه محاسبه مساحت مستطیل و تبدیل یک شکل نامشخص به چندین مستطیل است. این مسئله از دیدگاه محتوای ریاضی در دسته فضا و شکل قرار می‌گیرد، زمینه مسئله شخصی و فرایند ریاضی مورد نیاز برای حل این مسئله صورت‌بندی است. در شکل ۲ مسئله نشت نفت از مسائل انتشار یافته مطالعه پیزا (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳) ارائه و اهداف و دسته‌بندی محتوایی، زمینه و فرایند ریاضی مورد نیاز برای حل مسئله ارائه می‌شود.

ب) نشت نفت

نفت‌کشی در دریا به یک صخره برخورد کرد و سوراخی در مخزن نفت‌کش ایجاد شد. فاصله این نفت‌کش تا ساحل ۶۵ کیلومتر است. پس از چند روز، نشت نفت از نفت‌کش مطابق نقشه زیر گسترش یافت.



- توجه ۱: مقیاس نمایش داده شده روی شکل هنگام چاپ باید ۱ سانتی متر باشد.

- توجه ۲: در سراسر این مسئله واحدها در دستگاه متریک است.

سؤال: نشت نفت (PM00RQ01 – 019)

با استفاده از مقیاس نقشه مساحتی را که نفت نشت پیدا کرده است بر حسب کیلومتر مربع برآورد کنید.

شکل ۲. سؤال نشت نفت (019 – PM00RQ01) از سوالات منتشر شده پیرا

(سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳، ص ۴۹)

هدف از این مسئله، یافتن مساحت شکلی بی قاعده است. برای دستیابی به این هدف، آگاهی از مقیاس و توانایی تبدیل اندازه روی نقشه به اندازه دنیای واقعی و به نوعی آگاهی از تشابه اشکال و نسبت تشابه نیاز است. این مسئله از نظر محتوایی در دسته فضا و شکل قرار می‌گیرد، زمینه مسئله علمی و فرایندی که در حل این مسئله سنجیده می‌شود، فرایند به کارگیری است.

در کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵، مباحث هندسی در دو فصل سوم و هشتم ارائه شده است. فصل سوم مباحث مربوط به استدلال و اثبات در هندسه و فصل هشتم مباحث پیرامون حجم و مساحت را آموزش داده است. در ادامه روند آموزشی در این دو فصل ارائه می‌شود. شایان ذکر است که در این مقاله به دلیل محدودیت در تعداد صفحات، پرداختن مفصل به هر دو فصل میسر نبوده، از این رو صرفاً به فصل سوم مفصل‌تر پرداخته می‌شود.

آموزش استدلال و اثبات در فصل سوم با ارائه ۷۱ پرسش، فعالیت و تمرین در ۲۷ صفحه صورت گرفته است که از این تعداد ۷ مسئله را می‌توان مسئله‌های زمینه‌دار یا مسائلی از دنیای واقعی محسوب کرد. در فصل سوم کتاب مذکور استدلال و اثبات در پنج درس و با ترتیب ارائه شده در جدول ۴ آموزش داده شده است. همان‌طور که در ادامه بیان خواهد شد، مؤلفان کتاب درسی ریاضی پایه نهم، با هدف آموزش از طریق حل مسئله به تأییف کتاب درسی پرداخته‌اند. از این‌رو هر درس با یک مسئله آغاز می‌شود و نکات و مطالب آموزشی طی حل مسئله بیان می‌شود. این روند در ادامه ارائه خواهد شد.

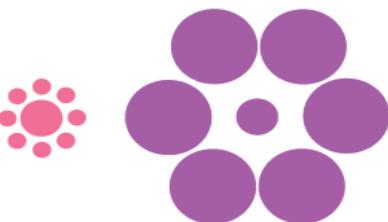
جدول ۴: روند آموزش در فصل سوم کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵

صفحه	شرح مراحل آموزش	درسها
۳۲-۳۶	استدلال: معرفی انواع استدلال، بیان ضرورت استدلال استنتاجی	۱
۳۷-۴۳	آشنایی با اثبات در هندسه: معرفی اثبات در هندسه و آموزش روند صحیح استدلال استنتاجی هندسی	۲
۴۴-۴۸	هم‌نهشی مثنهای: به کارگیری استدلال استنتاجی در هم‌نهشی مثنهای و آموزش نگارش نمادین استدلال	۳
۴۹-۵۲	حل مسئله در هندسه: آموزش حل مسائل هندسی	۴
۵۳-۵۸	شکل‌های متشابه: معرفی اشکال متشابه، نسبت تشابه و حل مسائلی در زمینه تشابه اشکال هندسی	۵

براساس آنچه در جدول ۴ آورده شده است، فصل سوم با معرفی استدلال، انواع استدلال و ضرورت استفاده از استدلال استنتاجی آغاز می‌شود، سپس این ضرورت در مباحث تخصصی هندسی و همچنین نیاز به استدلال در اثبات مفاهیم هندسی بیان می‌شود و نحوه اثبات در هندسه آموزش داده می‌شود. هرچه آموزش در فصل سوم پیش می‌رود، مباحث جزیی‌تر و تخصصی‌تر می‌شود و در درس سوم، آموزش هم‌نهشتی مثلثها ارائه می‌شود، سپس در همین درس به صورت جدی‌تر به آموزش بیان استدلال در هندسه به شکل نمایین پرداخته می‌شود. در ادامه، در درس چهارم به آموزش حل مسائلی می‌پردازد که در هندسه قابل طرح‌اند. این درس با مسئله‌ای که زمینه دنیای واقعی دارد آغاز شده است که در ادامه بیان خواهد شد. پایان فصل سوم با معرفی اشکال متشابه، نسبت تشابه و حل مسائلی در این زمینه همراه است.

درس اول تحت عنوان استدلال، با ارائه متنی آغاز می‌شود که در آن شیوه‌های استدلال استقرایی و استنتاجی معرفی و مقایسه شده‌اند. شایان ذکر است که مقایسه را دانش‌آموز طی مرحلی در یک فعالیت انجام می‌دهد. در ادامه با ارائه اشکال گوناگون از خطای دید، ضرورت استدلال منطقی و استنتاجی به دانش‌آموز القا می‌شود. کشف ضرورت استدلال استنتاجی با انجام یک فعالیت (فعالیت صفحه ۳۴) که دانش‌آموز طی مرحلی انجام می‌دهد (شکل ۳)، تحقق می‌یابد.

فعالیت



۱- کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته، بزرگ‌تر است؟

(الف) با مشاهده تشخیص دهید.

(ب) یک کاغذ روی یکی از آنها قرار دهید.

دایره محیط آن قرص را بکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه آنها را با هم مقایسه کنید.

۲- اگر قطعه‌های A و B قطعه‌هایی از شیرینی مورد علاقه شما باشد، کدام قطعه را انتخاب می‌کنید؟ (قطعه بزرگ‌تر کدام است؟)

با یک کاغذ تنقاف این دو قطعه را مقایسه کنید؟ آیا حدس شما درست بود؟

۳- آیا مشاهده کردن یا به طور کلی استفاده از حسن‌های پنج‌گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ چرا؟

شکل ۳. فعالیت صفحه ۳۴ کتاب ریاضی پایه نهم (در بیان ضرورت استدلال استنتاجی)

در گذشته و در کتابهای درسی پیشین نیز یکی از دلایلی که برای بیان ضرورت استدلال به دانشآموز ارائه می‌شد، مشاهده شکلهایی مانند شکل ۳ بود. در این فعالیت امکان خطای حواس پنجه‌گانه انسان (در اینجا خطای حس بینایی) با ارائه یک فعالیت نمایش داده شده است. در پایان این فعالیت، دانشآموز به ضرورت استدلال استنتاجی برای مقابله با این شکل از خطای پی می‌برد. اما نکته مهمی که باید به آن اشاره کرد این است که انجام دادن این فعالیت نیازمند استفاده از وسایلی است که شاید در برخی از مناطق ایران به آسانی در اختیار دانشآموز نباشد. این نکته به ظاهر ساده اما قابل تأمل استفاده از تصاویر دیگری را ضروری می‌سازد که همین نیاز و ضرورت به استدلال را به دانشآموز نشان می‌دهد و با ابزار و وسایل در دسترس همه دانشآموزان ایرانی قابل مشاهده است.

در درس دوم یعنی آشنایی با اثبات در هندسه، طی فعالیتی به دانشآموز آموخته می‌شود که برای اثبات در هندسه، نخستین گام تشخیص فرض، حکم و واقعیت‌های مرتبط با مسئله است که از قبل آنها را می‌دانستیم. در ادامه، با انجام دادن فعالیتها و تمرینات متعدد، تشخیص فرض و حکم مسئله، تمرین شده و مسئله‌ای نیز به عنوان نمونه اثبات می‌شود. در درس سوم (همنهشتی مثلثها) با انجام دادن فعالیت، دانشآموز هم‌نهشتی دو مثلث و مفهوم اجزایی برابر متناظر را می‌آموزد، سپس دو مسئله که دارای زمینه دنیای واقعی اند مطرح می‌شود (شکل ۴ و ۵).



مثال : با رحل‌های قرآنی، حتماً آشنایی دارید. در نمونه‌ای از آنها دو لایه چوبی آن از وسط یکدیگر گذشته است. می‌خواهیم نشان دهیم که این تکیه‌گاه در هر وضعیتی که باشد، مطابق شکل، همواره فاصله دو لبه کناری آن در دو طرف با هم برابر است. به زبان ریاضی، یعنی در شکل زیر، فرض مسئله این است : $OA=OB$ و $OC=OD$ (چرا؟) و حکم این است : $AD=BC$. زوایای \hat{O}_1 و \hat{O}_2 برابرند (چرا؟)، پس مثلث‌های OBC و OAD هم‌نهشت هستند و از آنجا درستی حکم به دست می‌آید؛ یعنی :

$$\left. \begin{array}{l} OA=OB \\ OC=OD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBC \cong \triangle OAD \Rightarrow AD=BC$$

$$\hat{O}_1=\hat{O}_2$$

A
D
O
C
B

شکل ۴: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌دار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۵

این مسئله تا حد نسبتاً مطلوبی برای دانشآموز ایرانی آشنا و ملموس است و می‌توان آن را یک مسئله کاملاً زمینه‌مدار محسوب کرد. اما این سؤال که می‌تواند نمونه کاملی از یک مسئله زمینه‌مدار برای دانشآموز پایه نهم باشد متأسفانه در کتاب پاسخ داده شده است و پرسشهایی که در حین حل مسئله از دانشآموز پرسید می‌شود نیز کاملاً انتزاعی، در دنیای ریاضی و به دور از دنیای واقعی و زندگی روزمره است. بنابراین دانشآموز در واقع حل مسئله زمینه‌مدار را فقط می‌بیند ولی تمرین نمی‌کند! در ادامه، مسئله زمینه‌مدار دیگری به عنوان فعالیت مطرح می‌شود (شکل ۵).

فعالیت

در تزدیکی منزل ترانه‌وشهرزاد، بوستانی هست که در آن یک پل فلزی به شکل نیم‌دایره وجود دارد بچه‌ها برای بازی از پله‌های آن بالا می‌روند. می‌دانیم فاصله ابتدای پل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) 1 m است. ترانه روی پله C نشسته است که از انتهای پل 6 m فاصله دارد ($BC=6$) و شهرزاد روی پله D نشسته است که از ابتدای پل همین مقدار فاصله دارد. آنها حدس می‌زنند که باید فاصله‌شان از پایه‌های مقابل برابر باشد؛ یعنی $AC=BD$. درستی حدس آنها را به دو روش ثابت کنید.

۱- نشان دهید زاویه‌های \hat{C} و \hat{D} در شکل، قائمه است. طول‌های AC و BD را به کمک قضیه فیثاغورس محاسبه کنید و نشان دهید: $AC=BD$

۲- به کمک همنهشتی مثلث‌های ACB و ADB ، نشان دهید $AC=BD$.

شکل ۵. نمونه‌ای از مسائل زمینه‌مدار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۵

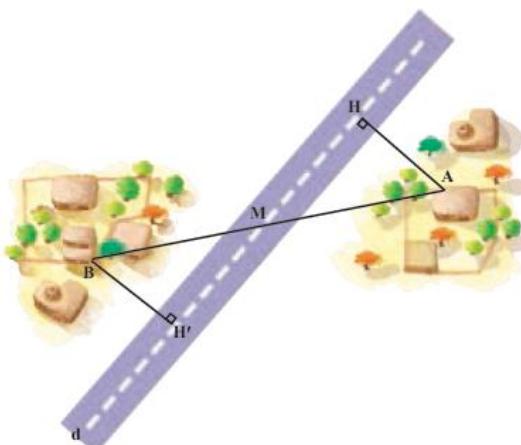
در این فعالیت، دانشآموز برای حل مسئله نیاز به رسم نیم‌دایره، رسم وترهای نیم‌دایره و بهره‌گیری از دانسته‌های قبلی خود یعنی دانسته‌های مربوط به مثلث قائم‌الزاویه و رابطه فیثاغورس دارد. این مسئله زمینه‌ای مناسب برای تمرین مدلسازی است که به عنوان یکی از مشخصات اصلی سواد ریاضی عنوان می‌شود، اما اشکالی که در مسئله قبلی مطرح شد، در اینجا نیز به چشم می‌خورد. مؤلفان کتاب درسی، مجال تفکر و آزمون و خطای دانشآموز برای تبدیل یک مسئله نسبتاً زمینه‌مدار و مربوط به دنیای واقعی به مسئله‌ای درون دنیای ریاضی را از وی گرفته و اعمال

مربوط به فرایند صورت‌بندی را که یکی از فرایندهای مورد نیاز برای کسب سواد ریاضی و در برگیرنده ۲۵ درصد از سؤالات آزمون پیزا است، خودشان طی فعالیت مذکور انجام داده‌اند و دانش‌آموز عملاً مسئله‌ای انتزاعی را حل می‌کند.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود که در این فعالیت، نام‌گذاری پاره‌خطها، شکلها و کشف راه حل همگی از سوی مؤلف و طی فعالیت به دانش‌آموز ارائه شده است. در این فعالیت از سه فرایند صورت‌بندی، به کارگیری و تفسیر فقط فرایند به کارگیری از سوی دانش‌آموز تمرین می‌شود که این فرایند نیز درون دنیای ریاضی و انتزاعی است.

درس سوم با انجام دادن چند فعالیت و ارائه تمرینهایی به پایان می‌رسد که صرفاً به صورت انتزاعی و در دنیای ریاضی اند. درس چهارم با یک مسئله با زمینه‌ای در دنیای واقعی آغاز می‌شود که این مسئله در شکل ۶ مشاهده می‌شود. این مسئله نیز مسئله‌ای ملموس و زمینه‌دار است و تا اندازه‌ای کاربرد ریاضیات در سایر علوم را نمایش می‌دهد اما این مسئله نیز اشکالاتی دارد همانند آنچه پیش از این بیان شد که در ادامه به بیانشان می‌پردازیم.

مثال: دو روستای A و B با یک جاده خاکی مستقیم به هم وصل هستند. در آن منطقه یک جاده آسفالته مستقیم ساخته شد که دو روستا در دو طرف آن واقع شد و جاده آسفالته درست از وسط جاده خاکی عبور می‌کرد. اداره راهسازی تصمیم گرفته است که از هر روستا، یک جاده آسفالته با کوتاه‌ترین فاصله ممکن تا جاده اصلی سازد. بنابراین از روستای A یک جاده مستقیم، عمود بر این جاده اصلی و به طول چهار کیلومتر ساخته شد. برای برآورد هزینه‌های ساخت جاده دیگر از روستای B، مهندسان پیش‌بینی کرده‌اند که فاصله روستای B از جاده نیز همین مقدار است: یعنی $AH=BH'$.



شکل ۶: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌دار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۹

کتاب درسی با ارائه چهار گام که در شکل ۷ آمده است، دانشآموزان را برای حل مسئله هدایت می‌کند. در این مسئله نیز به دلیل رسم خطوط عمود و خط قاطع جاده، دانشآموز عملاً به جای درگیر شدن با یک مسئله در دنیای واقعی یک مسئله کاملاً انتزاعی در دنیای ریاضی را حل می‌کند. نه تنها صورت‌بندی به دانشآموز واگذار نشده، بلکه دانشآموز در کشف راه حل نیز آزاد نبوده و راه حل به آسانی و در ادامه مسئله ارائه شده است.

قدم‌های حل مسئله

- ۱- صورت مسئله را بدقت بخوانید و مفاهیم تشکیل‌دهنده آن را بشناسید. در این مسئله با مفاهیمی همچون خط، پاره خط و فاصله نقطه تا خط سروکار داریم. آیا با آنها آشنایی دارید؟
- ۲- اگر مسئله قادر شکل است، با توجه به صورت مسئله، یک شکل مناسب برای آن رسم کنید.
- در اینجا شکل این مسئله را با توجه به طرح بالا رسم کنید.
- ۳- داده‌های مسئله (فرض) و خواسته‌های آن (حكم) را تشخیص دهید و در یک جدول بنویسید. در اینجا فرض‌های اصلی این است که M وسط AB است؛ یعنی $MA=MB$ است و AH و BH' بر d عمودند و حکم این است :

فرض	$MA=MB$	$\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$
حکم	$AH=BH'$	

- ۴- برای رسیدن از فرض به حکم، راه حلی پیدا کنید. روش‌های مختلفی برای این کار هست که آنها را به مرور می‌آموزید. یکی از راه‌های اثبات برابری دو پاره خط، استفاده از مثلث‌های همنهشت است. در این شکل، کدام دو مثلث، برای این منظور مناسب است؟
- با توجه به فرض و حکم مسئله، اثبات را با نمادهای ریاضی کامل کنید :

$$\left. \begin{array}{l} MA=MB \quad (\text{طبق فرض}) \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hline \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه حاده}} \cong \Rightarrow AH=BH'$$

شکل ۷: چهار گام ارائه شده در کتاب ریاضی پایه نهم برای حل مسئله شکل ۴ صفحه ۵۰

در شکل ۷ چهار گام برای حل مسئله ارائه شده است که با طی گامهای مذکور دانشآموز حتی نیازی به کشف راه حل نیز نداشته و کافی است جاهای خالی را تکمیل کند تا مسئله حل شود. این روند زمانی می‌تواند قابل دفاع و آموزنده باشد که مسائلی همچون این مسئله در ادامه این درس به دانشآموز ارائه شود و وی به حل آنها پردازد، برای رسم کردن شکل، تصویر ذهنی بسازد و برای

کشف راه حل، آموخته‌های قبلی خود را به خدمت بگیرد و شاید خلاقیت نشان دهد. اما در ادامه این درس چنین مسائلی وجود ندارد.

درس پنجم فصل سوم کتاب درباره نسبت و تشابه است که با معرفی تصاویر و شکلهای مشابه آغاز می‌شود، سپس با ارائه فعالیتی به معرفی نسبت تشابه می‌پردازد. در همین فعالیت مسئله‌ای مطرح می‌شود که می‌توان آن را زمینه‌مدار یا یک مسئله دنیای واقعی نامید که در شکل ۸ مشاهده می‌شود. در این مسئله که می‌توان آن را تا حدودی با مسئله «نشست نفت» که پیش از این ارائه شد مشابه دانست، مفاهیمی همچون نقشه‌خوانی، جهت‌یابی و استفاده از مقیاس سنجش می‌شود. خوبشخانه این مسئله اشکالات مسائل قبلی را ندارد و دانش آموز کاملاً در یک مسئله دنیای واقعی درگیر می‌شود. بنابراین شکل ۸ را شاید بتوان یکی از محدود مسائل کتاب درسی دانست که با تعریف مسئله زمینه‌مدار مطابق با چارچوب پیزا سازگاری دارد. افزایش چنین مسائلی در کتاب درسی می‌تواند در تربیت دانش آموزانی با توانایی حل مسائل دنیای واقعی مؤثر باشد. اما این مسئله نیز خالی از اشکال نیست که این مشکلات در ادامه بیان می‌شود.

۲- در تصویر زیر، نقشه قسمتی از شهر تهران را می‌بینید. مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰,۰۰۰ است؛ یعنی هر یک سانتی‌متر روی نقشه با ۱۰۰,۰۰۰ سانتی‌متر مقدار واقعی برابر است. فاصله دو میدان انقلاب و آزادی را پیدا کنید.



شکل ۸: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌مدار کتاب درسی

کیفیت نامطلوب تصویر (نقشه تهران) ارائه شده یکی از اشکالات اساسی و البته قابل رفع این مسئله است که عملاً کارایی این فعالیت را برای دستیابی به اهدافی از جمله نقشه‌خوانی و جهت‌یابی تضعیف می‌کند و این مسئله تنها در سنجش توانایی استفاده از مفهوم نسبت تشابه یا

مقیاس نقشه موفق خواهد بود. درس پنجم از بخش سوم کتاب درسی با ارائه مسائلی انتزاعی پایان می‌یابد.

در فصل هشتم آموزش حجم و مساحت در سه درس و ۱۳ صفحه با طی روندی که در جدول ۵ مشاهده می‌شود با ارائه ۳۹ تمرین، فعالیت و پرسش انجام می‌گیرد که از این تعداد ۴ مسئله با زمینه‌ای در دنیای واقعی مطرح شده است.

جدول ۵: روند آموزش مطالب در بخش هشتم کتاب درسی ریاضی

ردیف	شرح مراحل آموزش	صفحه
۱	معرفی حجم‌های هندسی و فرمول پیدا کردن حجم اشکال با روش‌های عملی	۱۳۱-۱۳۴
۲	معرفی فرمول مساحت و حجم هرم و مخروط با روش‌های عملی	۱۳۵-۱۳۹
۳	معرفی و نمایش فرم گسترده احجام هندسی متداول	۱۴۰-۱۴۳

آموزش با ارائه فعالیتی عملی آغاز می‌شود که انجام آن می‌تواند برای دانش‌آموز بسیار جذاب باشد. فرمول محاسبه حجم کره با انجام این فعالیت عملی پیدا می‌شود، اما متأسفانه در همه کلاسها و مدارس امکان انجام دادن این فعالیت وجود ندارد. در ادامه، دانش‌آموزان در فعالیتی حجم کره و استوانه مفروضی را می‌یابند. یافتن رابطه محاسبه مساحت کره و نیم کره نیز با فعالیتی عملی انجام می‌گیرد و در تمرینات پایانی، دانش‌آموزان به محاسبه حجم اشکال مختلف می‌پردازند و تا انتهای بخش که بخش پایانی کتاب نیز هست، به حل مسائلی کلیشه‌ای و مرسوم در بحث حجم و مساحت می‌پردازند. نکته مثبت این فصل این است که تعدادی از مسائل زمینه‌مدار در تمرینهای درس اول و نه مثالهای حل شده متن درس، ارائه شده است و ارائه مسائل دنیای واقعی در تمرینات پایانی درس کمک می‌کند که هر سه فرایند چرخه مدلسازی پیزا را دانش‌آموز اجرا کند، چیزی که در فصل سوم دیده نمی‌شود.

در جدول ۶ تعداد مسائل مطرح شده در هر درس برای هر فصل به طور مجزا ارائه و درصد مسائل زمینه‌مدار در هر درس نیز بیان می‌شود.

جدول ۶: درصد سوالات زمینه‌مدار در کتاب درسی ریاضی پایه نهم (۱۳۹۵) به تفکیک فصل و درس

فصل	درصد مسائل زمینه‌مدار	تعداد مسائل زمینه‌مدار	تعداد کل مسائل
فصل سوم	%۱۶,۷	۲	۱۲
	%۶,۷	۱	۱۵
	%۱۱,۸	۲	۱۷
	%۹,۱	۱	۱۱

%۶,۳	۱	۱۶	درس پنجم	
%۳۳	۳	۹	درس اول	
%۷	۱	۱۴	درس دوم	
.	.	۱۶	درس سوم	
%۱۰	۱۱	۱۱۰	مجموع	فصل هشتم

در جدول ۶ مشاهده می شود که درصد سؤالات زمینه مدار در کتاب درسی ریاضی پایه نهم به جز در درس اول از فصل هشتم درصد قابل توجهی نیست. نکته قابل توجه دیگر عدم اشاره به مسائل دنیای واقعی در درس پایانی فصل هشتم است. عنوان این درس سطح و حجم است و به آموزش مساحت و حجم اشکال هندسی می پردازد. واضح است که قابلیت خوبی برای طرح مسائل دنیای واقعی دارد، اما در این بخش هیچ مسئله زمینه مداری مطرح نشده است.

پاسخ به پرسش پژوهش

آیا تمرينها، مسائل و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم، دانش آموzan را برای حل مسائل دنیای واقعی آماده می کند؟

برای پاسخ به این پرسش، بررسی مسائل، فعالیتها و پرسشهاي دو فصل سوم و هشتم کتاب درسی ریاضی پایه نهم، روشن ساخت که درصد کمی (تنها ۱۰٪) از مسائل ارائه شده در این دو بخش کتاب درسی انتباط قابل قبولی با مسائل پیزا دارند که در جدول ۷ درصد سؤالات، تمرينها و مثالهای زمینه مدار کتاب درسی ریاضی پایه نهم مشاهده می شود.

جدول ۷: درصد مسائل زمینه مدار کتاب درسی ریاضی پایه نهم به تفکیک فصل

فصل	تعداد کل مسائل	تعداد مسائل زمینه مدار	درصد مسائل زمینه مدار
سوم	۷۱	۷	%۹,۸
هشتم	۳۹	۴	%۱۰,۳
مجموع	۱۱۰	۱۱	%۱۰

با وجود درصد کم مسائل دنیای واقعی در کتاب درسی مذکور، باید توجه داشت که همین تعداد کم مسائل زمینه مدار نیز به دلیل بیان راه حل در متن کتاب یا راهنماییهای ارائه شده در صورت مسئله، عملاً به مسائل کلیشهای و انتزاعی تبدیل می شوند که در کتب درسی گذشته نیز وجود داشت. به بیان دیگر، متن کتاب درسی حاوی تمرينها و مثالهایی است که برای دانش آموز ایرانی آشنا است و می توانند مسائلی زمینه مدار تلقی شوند، اما حل شدن این مسائل در کتاب و با راهنماییهایی که فرصت کشف راه حل و خلاقیت را از دانش آموز می گیرد این تمرينها و مثالها را از

جرگه مسائل زمینه‌مدار خارج می‌کند. عدم توجه به کیفیت شکلها نیز عامل مهم دیگری است که مسائل را در سنجش و تقویت سواد ریاضی دانش‌آموز ناکارآمد می‌سازد. به نظر می‌رسد که کتاب درسی به جای آنکه در پی تقویت سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی باشد، در پی تدریس مباحث با روش حل مسئله است. البته آموزش از طریق حل مسئله رویکردی است که در بسیاری از جوامع آموزشی بر آن تأکید می‌شود و نگارندگان این مقاله بنا ندارند نقدی بر این روش آموزشی وارد آورند که بررسی محسن و معایب این رویکرد خود مستلزم انجام پژوهش مفصل دیگری است. اما هدف در این مقاله آن است که تنها تأکید بر حل مسئله نمی‌تواند اهداف مذکور در اسناد بالادستی نظام آموزشی ایران را برآورده سازد.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهشها بیانگر این است که کوچکترین تغییر در سطح سواد، بر شاخص توسعه در کشورهای توسعه یافته مؤثر است، اما با توجه به پایین بودن نسبی سطح سواد در کشورهایی مانند ایران، هند و مصر هنوز فضای زیادی برای سیاست‌گذاری در آموزش عمومی جهت تأثیرگذاری بر توسعه وجود دارد (بربری و همکاران، ۱۳۹۶). یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی در ایران، توانا ساختن دانش‌آموزان در به‌کارگیری ریاضیات در حل مسائل روزمره و انتزاعی عنوان شده است. موضوعی که امروزه در ادامه این هدف‌گذاری مورد توجه است شکاف میان دنیای ریاضی و دنیای واقعی است که نتیجه آن، عدم توانایی دانش‌آموزان در استفاده از مسائل ریاضی در دنیای واقعی است (عبدالله‌پور و رفیع‌پور، ۱۳۹۶).

این هدف نه تنها در ایران، که در مطالعات بین‌المللی چون پیزا از اهداف اساسی است. بنابراین شرکت دانش‌آموزان ایرانی در این مطالعه می‌تواند میزان دستیابی نظام آموزشی کشور به هدف مذکور را معین سازد. اما ایران تاکنون در این مطالعه شرکت نکرده است تا عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در چنین آزمونی سنجیده شود. با این حال پیش‌بینیها حاکی از آن است که در صورت شرکت دانش‌آموزان ایران در آزمون پیزا عملکرد مطلوبی نخواهد داشت (رفیع‌پور، ۱۳۸۹). چهار دلیل پیشنهاد شده برای چرایی این پیش‌بینی ۱- حل مسائل کلیشه‌ای، ۲- تأثیر ارزشیابیهای بیرونی و امتحانات نهایی، ۳- دانش معلمان ریاضی و ۴- کتابهای درسی ریاضی هستند (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹).

هدف این پژوهش بررسی مسائل، تمرینها و فعالیتهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و میزان تطابق آن با مسائل منتشر شده پیزا است. از آنجا که هندسه یکی از بخش‌های مهم

ریاضیات و یکی از دسته‌های محتواهای طرح سؤالات در آزمون مطالعه پیزا است و قابلیت خوبی برای طرح سؤالات زمینه‌مدار دارد، فصلهای سوم و هشتم از کتاب درسی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ انتخاب و مسائل ارائه شده در این دو فصل با مسائل منتشر شده پیزا مقایسه شد. شایان ذکر است که به دلیل محدودیت در حجم مقاله حاضر تمرکز نگارندگان بر فصل سوم بوده است.

داده‌های جدول ۷ نشان از آن داشت که از مجموع مسائل مطرح شده در این دو بخش، ده درصد مربوط به مسائل دنیای واقعی است. در فصل سوم مسائل زمینه‌مدار مطرح شده شباهت بسیار به مسائل منتشر شده پیزا دارند که دو نمونه از این مسائل تحت عنوانین خرید آپارتمان (PM00FQ01 – 019) و نشت نفت (PM00RQ01 – 019) ارائه شد. اما نکته شایان توجه این است که بخشی قابل توجه از این مسائل یا حل شده‌اند یا به شکل صورت‌بندی شده در اختیار دانش‌آموز قرار گرفته‌اند و پس از حل مسئله نیز دانش‌آموز نیازی به تفسیر پاسخ و ترجمه آن به دنیای واقعی احساس نمی‌کند. بنابراین از چرخه مدلسازی تنها فرایند به کارگیری از سوی دانش‌آموز اجرا می‌شود که عمدلاً تفاوتی با حل سایر مسائل انتزاعی کتابهای پیشین ندارد. ارائه پاسخ و راهنمایی‌هایی که برای حل در تعدادی از مسائل کتاب درسی ریاضی پایه نهم وجود دارد عمدلاً مسائل را از دنیای واقعی به دنیای ریاضی انتقال می‌دهد و فرصت تفکر، خلاقیت و کشف راه حل را از دانش‌آموز می‌گیرد. شاید بتوان ادعا کرد که وجود چنین مسائلی تنها در پاسخ به این پرسش تکراری دانش‌آموزان مبنی بر سودمندی ریاضیات در دنیای واقعی به معلمان در کلاس درس کمک کند، اما عمدلاً نمی‌تواند سواد ریاضی دانش‌آموزان را بهبود بخشد.

کتاب ریاضی پایه نهم را می‌توان کتابی دانست که امر آموزش را بر اساس رویکرد آموزش با حل مسئله به پیش می‌برد و می‌توان ادعا کرد که برای یادگیری مفاهیم هندسی در این کتاب، دانش‌آموز نقشی فعال دارد. هر بخش با فعالیت آغاز می‌شود و بسیاری از روابط و تعاریف با فعالیت به دانش‌آموز ارائه می‌شود. اما این کتاب به نوعی تألف نشده است که دانش‌آموز را به مسیری رهنمون باشد که در پایانش در حل مسائل دنیای واقعی کامیاب شود. مسائل زمینه‌مدار در این کتاب، هر چند با درصدی ناچیز، ارائه شده است، اما در همین درصد اندک نیز مجال صورت‌بندی و تفسیر به دانش‌آموز داده نمی‌شود. در درس سوم از فصل هشتم با عنوان حجم و مساحت با اینکه قابلیت بسیاری برای طرح مسائل دنیای واقعی وجود دارد و با توجه به این که در مسائل منتشر شده پیزا در بخش فضا و شکل که عمدۀ محتوای آن مربوط به هندسه است مسائل

بسیار مربوط به سطح و حجم وجود دارد، اما در کتاب درسی ریاضی پایه نهم هیچ مسئله زمینه‌داری در زمینه هندسه و درس حجم و مساحت مطرح نمی‌شود.

نتایج این پژوهش می‌تواند به مؤلفان کتاب درسی در رفع کاستیهای کتاب موجود و بهبود آن در جهت دستیابی به اهداف تعیین شده در اسناد بالادستی نظام آموزشی جمهوری اسلامی ایران کمک کند. در پایان با توجه به گسترده‌گی و اهمیت موضوع، برخی پیشنهادها برای تحقیقات بعدی می‌تواند شامل ۱- بررسی و مقایسه سایر بخش‌های کتاب درسی ریاضی پایه نهم با مسائل منتشر شده پیزا و ۲- طراحی و برگزاری آزمون مشابه با آزمون سواد ریاضی پیزا و نحوه عملکرد دانش‌آموزان در آن آزمون، باشد.

منابع

- بربری، محمدجواد؛ راغفر، حسین؛ کلاتری، عبدالحسین و غفاری، غلامرضا. (۱۳۹۶). بررسی تطبیقی تأثیر توسعه آموزشی بر توسعه ایران و کشورهای منتخب. *پژوهش در نظامهای آموزشی*، ۱۱ (۳۸)، ۱۰۳-۱۳۶.
- دیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، (سنند مشهد مقدس). تهران: وزارت آموزش و پرورش با همکاری شورای عالی انقلاب فرهنگی.
- _____. (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی.
- رفیع پور گتابی، ابوالفضل. (۱۳۸۹). طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران. رساله دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، چاپ نشده.
- رفیع پور گتابی، ابوالفضل و گویا، زهرا. (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان. *فصلنامه نوآوری‌های آموزشی*، ۹ (۳۳)، ۹۱-۱۲۰.
- سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. (۱۳۹۵) ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، ویراسته سید اکبر میرجعفری. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- شایان، مریم؛ یافتیان، نرگس و ابراهیمی علویجه، محمد. (۱۳۹۵). ارزیابی عملکرد معلمان ریاضی متوسطه اول در آزمون سواد ریاضی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شهریار، شیراز، شهریور ماه ۱۳۹۵.
- عبدالله‌پور، کاظم و رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). پدیدارشناسی چرخه مدل‌سازی دانش آموزان پایه نهم در حل مسئله اصلی. *نشریه علمی-پژوهشی فناوری آموزش*، ۱۱ (۳)، ۲۳۷-۲۴۸.
- کریپندورف، کلوس. (۱۹۸۰). *تحلیل محتوا: مبانی روش‌شناسی (چاپ سوم)*، ترجمه هوشتنگ نایی (۱۳۸۶). تهران: نشر نی.
- گویا، زهرا. (۱۳۷۵). روند تغییر محتوای برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای. *رشد آموزش ریاضی*، ۱۲ (۴۶)، ۸-۱۲.
- _____. (۱۳۸۹). سنت آموزش ریاضی در دوران طلایی ایرانی / اسلامی: تمثیلی برای جهانی شدن و بومی ماندن. *فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران*، ۵ (۱۷)، ۱۱۵-۲۲۸.
- _____. (۱۳۹۰). سیر تحول و شکل‌گیری برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران. *رشد آموزش ریاضی*، ۲۱ (۴)، ۴-۱۲.
- محسن‌پور، مریم؛ گویا، زهرا؛ شکوهی‌یکتا، محسن؛ کیامنش، علیرضا و بازرگان، عباس. (۱۳۹۳). طراحی و ساخت آزمونی برای صلاحیت‌های شناختی سواد ریاضی دانش آموزان ایرانی بر مبنای مطالعات پیزا. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲ (۴)، ۵-۳۴.
- میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی. (۱۳۷۵). مجله رشد آموزش ریاضی، ۱۲ (۴۶)، ۱۸-۲۳.
- De Lange, J. (2006). Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. *Sukuba Journal of International Study in Mathematics*, 25, 13-35.
- National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics (Vol. 1)*. Reston, Va.: NCTM.
- Ojose, B. (2011). Mathematics literacy: Are we able to put the mathematics we learn into everyday use. *Journal of Mathematics Education*, 4(1), 89-100.
- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013). *PISA 2012 released mathematics items*. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>. Accessed 8 Oct 2013.
- _____. (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics and Financial Literacy*. Paris: OECD Publishing.
- _____. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- Özkan, Y. Ö., & Özaslan, N. (2018). Student achievement in Turkey, according to question types used in PISA 2003-2012 mathematics literacy tests. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 7(1), 57-64.
- Sari, Y. M., & Valentino, E. (2017). An analysis of students error in solving PISA 2012 and its Scaffolding. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education (JRAMathEdu)*, 1(2), 90-98.
- Stacey, K. (2015). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Springer International Publishing.