۱۸۹-۲۰۸

# توسعهٔ درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره از طریق سیستمهای فعالیت مدل‌سازی

دکتر ابوالفضل رفیع‌پور [۱] کاظم عبداله‌پور [۲]

**چکیده:** هدف پژوهش حاضر، توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمرهٔ دانش‌آموزان بوده است. جامعه آماری پژوهش را همهٔ دانش‌آموزان دورهٔ متوسطهٔ اول شهرستان کهنوج استان کرمان تشکیل می‌دادند. نمونه مورد مطالعه، ۶۰ دانش‌آموز دختر از سه پایه هفتم، هشتم و نهم متوسطهٔ اول بودند که با روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها مشاهده، مصاحبه و بحثهای کلاسی بود. داده‌های مطالعه طی ۹ ماه گردآوری شدند که منابع آنها شامل ۲ فعالیت مدل‌سازی مربوط به مصرف آب بود. روش‌شناسی پژوهش، مبتنی بر روش‌شناسی کیفی است که در آن برای تحلیل داده‌های کیفی از روش تحلیل نظریه فعالیت استفاده شده است. از آنجایی که نظریه فعالیت، ساختار فعالیت انسان را در قالب سیستم فعالیت بررسی می‌کند و مدل‌سازی ریاضی براساس یک چرخه انجام می‌شود، از این‌رو، با تلفیق سیستم فعالیتِ نظریه فعالیت و چرخه مدل‌سازی، سیستم فعالیتِ مدل‌سازی تعریف شده که از آن به منزلهٔ ابزار تحلیل داده‌ها استفاده شده است. در سیستمهای فعالیت از دو عنصر تنش (فشار، نگرانی، چالش یا اختلافی که برای دانش‌آموزان ایجاد می‌شود) و اصلاح آن برای توسعه درک مفهومی استفاده شد. از تحلیل داده‌های مطالعه، دو تنش که یکی مربوط به درک رابطهٔ حجم استوانه و یکی مربوط به گزارش میزان مصرف آب است به‌دست آمد. دانش‌آموزان از طریق فرایند مدل‌سازی و با راهنمایی معلم، توانستند تنشهای به‌وجود آمده را اصلاح کنند و اندازه‌گیری حجم را در فعالیتهای زندگی روزمرهٔ خود توسعه دهند. این مطالعه نشان داد که مدل‌سازی ریاضی ابزاری مناسب برای برنامه‌درسی تلفیقی است که می‌توان از ظرفیت بالای آن برای توسعه مفاهیم ریاضی بهره برد.

**کلید واژگان:** فعالیتهای مدل‌سازی، رابطه حجم استوانه، زندگی روزمره، توسعهٔ درک مفهومی، نظریه فعالیت، چرخه مدل‌سازی

☑ تاریخ دریافت: ۹۹/۱۰/۱۳ ☑ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۳/۲۲

۱. **نویسنده مسئول:** دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر و مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران. rafiepour@uk.ac.ir

۲. دانشجوی دوره دکتری آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران. k_a_abdollahi@yahoo.com



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

## مقدمه

اندازه‌گیری یکی از مهم‌ترین مباحث پژوهشهای آموزش ریاضی است، به‌طوری که بیشتر پژوهشها در سراسر دنیا نشان می‌دهند که اندازه‌گیری یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه‌درسی در دوره ابتدایی و متوسطه است. به‌طور مثال می‌توان به برنامه‌درسی ترکیه (تان- سیسمن و آکسو[1]، ۲۰۱۲)، برنامه‌درسی چین و آلمان (لودویگ[2] و شو، ۲۰۱۰) و برنامه‌درسی ایران (سند ملی برنامه‌درسی، ۱۳۹۱) اشاره کرد. بیشتر پژوهشهای آموزش‌ریاضی به آموزش مفاهیم کلیدی اندازه‌گیری یعنی طول، مساحت و حجم پرداخته‌اند. برای مثال، می‌توان به مطالعات کلمنتس[3] (۱۹۹۹)، یوبرتا، زولکاردی، هارتونو و گالن[4] (۲۰۱۱) و هوانگ و وو[5] (۲۰۱۹) اشاره کرد.

همچنین نتایج ارزشیابیهای یک دوره مربوط به اندازه‌گیری نشان می‌دهد که از میان مفاهیم اندازه‌گیری طول، مساحت و حجم، مفهوم «حجم» یکی از موضوعات خیلی دشوار برای دانش‌آموزان است (گریومایر[6] و همکاران، ۲۰۱۶: ۳۸). پژوهشها این مشکل را مربوط به درک مفهومی اندازه‌گیری حجم می‌دانند. مثلاً می‌توان به مطالعه باتسیتا[7] و کلمنتس (۱۹۹۸) اشاره کرد. آنها در مطالعه خود دریافتند که دانش‌آموزان در درک مفهومی رابطه حجم یعنی $V=w\times l\times h$ مشکل دارند. بنابراین، موضوع «درک مفهومی» از اهمیت بالایی برخوردار است. در همین راستا، انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا[8] (۲۰۰۰) در مورد اهمیت آن، چنین گفته است: «یادگیری ریاضی با فهم ضروری است و دانش‌آموزان باید به سطحی خاص از درک مفهومی برسند» (ص.۲۰).

بررسی پیشینه توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری نشان می‌دهد که مطالعات، بیشتر به توسعه درک مفاهیم اندازه‌گیری از جمله طول، مساحت و محیط پرداخته‌اند که از آن میان می‌توان به مطالعه مک‌دونالد و لوری[9] (۲۰۱۱)، هوانگ و ویتز[10] (۲۰۱۱) و بارت[11] و همکاران (۲۰۱۱) اشاره کرد. همچنین مطالعات محدودی در مورد توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم وجود دارد که از آن میان می‌توان به مطالعه بارِت، کلمنتس و ساراما[12] (۲۰۱۷) اشاره کرد. با توجه به مطالبی که در پیشینه اندازه‌گیری بیان شد، می‌توان نتیجه گرفت که مطالعه‌ای در مورد توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در مقطع متوسطه انجام نشده است. از این‌رو، بررسی توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در دوره متوسطه یک ضرورت است که مطالعه حاضر، آن را هدف اصلی خود قرار داده است.

1. Tan-Sisman & Aksu
2. Ludwig
3. Clements
4. Yuberta, Zulkardi, Hartono & Galen
5. Wu
6. Gravemeijer
7. Battista
8. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
9. MacDonald & Lowrie
10. Witz
11. Barrett
12. Sarama



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

دانش‌آموزان برای توسعه درک مفهومی نیاز دارند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه استفاده کنند. اما مطالعات نشان می‌دهند، دانش‌آموزان قادر نیستند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه استفاده کنند. برای مثال، لِو[1] (۱۹۹۸؛ به نقل از بولر[2]، ۱۹۹۸) در مطالعه خود دریافت که افراد قادر نیستند از دانش ریاضی خود در محیط بیرون از مدرسه مانند موقعیت خرید استفاده کنند. اما پژوهشگران برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند دانش خود را در محیط بیرون از مدرسه به‌کار گیرند، از ابزاری به نام فعالیتهای باز - پاسخ[3] استفاده می‌کنند. به‌طور مثال، بولر (۱۹۹۸) از این فعالیتها به‌مثابه ابزاری برای توسعه درک مفهومی مفاهیم ریاضی استفاده کرده است، اما امروزه، نمونه بارز این فعالیتها را می‌توان در فعالیتهای مدل‌سازی مشاهده کرد که مربوط به زندگی واقعی دانش‌آموزان است (بورومئو فری[4]، ۲۰۱۸). در حقیقت، فعالیتهای مدل‌سازی زمینه‌ای غنی از مسائل واقعی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کنند تا آنها بتوانند دانش و ایده‌های ریاضی خود را در آن توسعه دهند (دوئر و اینگلیش[5]، ۲۰۰۳). در ضمن، انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا نیز در مورد اهمیت مدل‌سازی بیان می‌کند که مدل‌سازی نقشی مهم در زندگی روزمره دارد (سیریلو، پلسکو، فلتون-کوستلر و روبل[6]، ۲۰۱۶). از این رو، فعالیتهای مدل‌سازی وسیله‌ای برای توسعه مفاهیم ریاضی در زندگی روزمره به‌شمار می‌روند (گریر، ورشافل و موکوپادهیایی[7]، ۲۰۰۷). به‌طور کلی، پژوهشگرانی مانند لودویگ و شو (۲۰۱۰) در مطالعه خود دریافتند که مدل‌سازی ابزاری است که می‌تواند مهارتها و یادگیری دانش‌آموزان را توسعه بخشد و تسهیل کند. در واقع، فعالیت مدل‌سازی یک محیط ساخت و سازگرایی خوبی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند که با راهنمایی معلم دانش‌آموزان را به سمت توسعه درک مفهومی هدایت می‌کند. از این رو، با توجه به مطالب بیان‌شده، مطالعه حاضر در پی پاسخ دادن به سؤال زیر است:

- چگونه فعالیتهای مدل‌سازی می‌توانند درک مفهومی دانش‌آموزان را از اندازه‌گیری حجم توسعه دهند؟

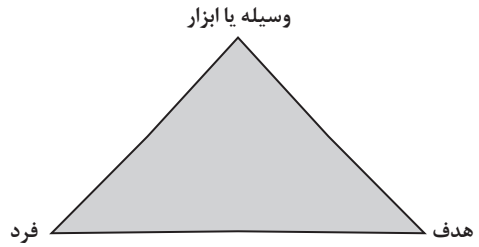
## چارچوب نظری

نظریه فعالیت نظریه‌ای کاربردی است که در همهٔ حوزه‌ها، از جمله آموزش و پژوهش به‌کار می‌رود. در این مطالعه، از جنبهٔ آموزشی آن برای توسعه درک مفهومی و از جنبهٔ پژوهشی آن برای تحلیل داده‌های مطالعه استفاده شده است. تمرکز اصلی این نظریه روی واژهٔ «فعالیت» است. در همین راستا، ابتدا نظریه فوق برای فعالیت فردی تعریف شده است، به‌طوری‌که پژوهشگران آن را برای بررسی عمل فردی به‌کار برده و یک سیستم سه مؤلفه‌ای مانند شکل شمارهٔ ۱ را برای آن تعریف کرده‌اند.

1. Lave
2. Boaler
3. Open-ended activities
4. Borromeo Ferri
5. Doerr & English
6. Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler & Rubel
7. Greer, Verschaffel & Mukhopadhyay

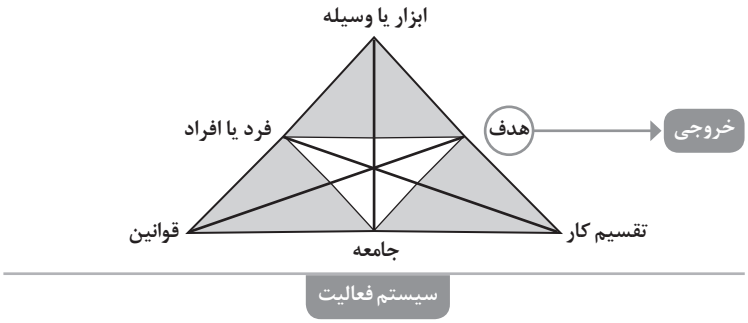


[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]




**شکل ۱.** ساختار سیستم عمل فردی بر اساس مدل مثلثی ویگوتسکی (انگستروم[1]، ۲۰۰۱: ۱۳۴)

در مدلی که در شکل ۱ نشان داده شده است، فعالیت فرد در سطح فردی این‌گونه بررسی می‌شود که فرد عملی را با توجه هدفی انجام می‌دهد. پس از آن، برای دستیابی به آن هدف، از ابزار یا وسیله‌ای کمک می‌گیرد که نقش واسطه را میان هدف و فرد دارد. در ادامه، همین فرد در جامعه‌ای قرار می‌گیرد که سطح فعالیت او را در سطح جمعی بررسی می‌کند. روشن است که برای انجام دادن چنین فعالیتی در سطح جمعی، نیاز است که میان فرد و اعضای جامعه، تقسیم کار صورت گیرد. پس از تقسیم کار، باید میان اعضای جامعه و افراد درگیر فعالیت، قوانینی وضع شود که بتواند فعالیتها را به سمت هدف سوق دهد. در نهایت برای دستیابی به هدف، افراد و دیگر اعضای جامعه می‌توانند از ابزارها یا وسیله‌هایی استفاده کنند تا بتوانند از هدف جمعی، خروجی مدنظر را به دست آورند. به‌طور خلاصه، ساختار فعالیت انسان در سطح جمعی به‌صورت سیستم فعالیت نشان داده شده در شکل شماره ۲ تعریف می‌شود.




**شکل ۲.** ساختار سیستم فعالیت انسان (انگستروم ۱۹۸۷، ص. ۶؛ به نقل از انگستروم و سانینو[2] (۲۰۱۰)

ساختاری که در شکل شماره ۲ ارائه شده یک ساختار کلی است که فعالیت انسانها را در همهٔ حوزه‌ها اعم از پژوهش، آموزش و غیره بررسی می‌کند، درحالی‌که ضرورت دارد در حوزه آموزش ریاضی ساختار فعالیت انسان متناسب با زمینه‌های آن تعریف شود. در همین راستا، جرداک[3] (۲۰۰۶) ساختار

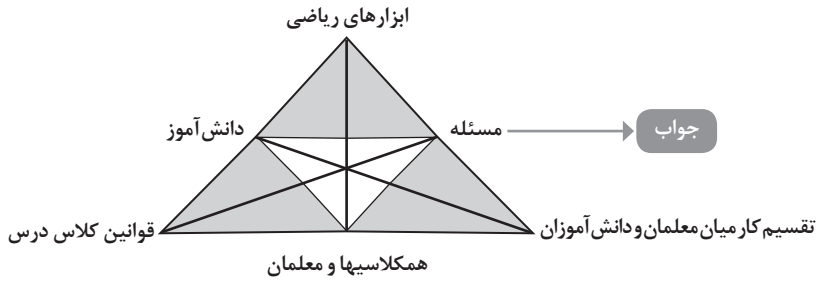
1. Engeström
2. Sannino
3. Jurdak



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

فعالیت انسان (یا به‌عبارتی سیستم فعالیت) را در حوزهٔ آموزش ریاضی بررسی کرده است. سیستم فعالیتی که جرداک پیشنهاد داده، سیستم فعالیت حل مسئله بوده است. او ابتدا این سیستم فعالیت را در زمینه ریاضی به‌صورت شکل شماره ۳ تعریف کرده است.

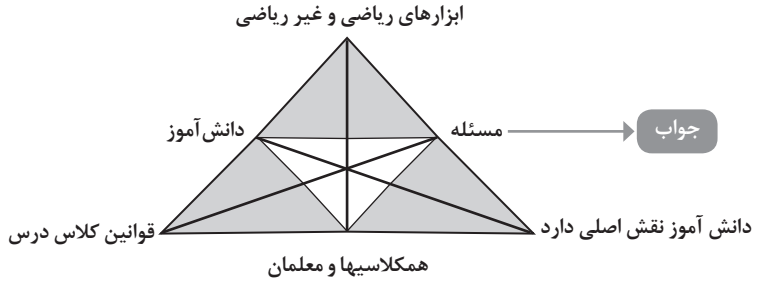
**الف) زمینه ریاضی**




**شکل ۳.** سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه ریاضی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

در ادامه، جرداک (۲۰۰۶) سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه ریاضی را برای مسائل موقعیت‌مداری تعریف کرده است که موقعیتهای دنیای واقعی را دارند. او این سیستم فعالیت را سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه شبیه‌سازی‌شده دنیای واقعی نامیده است. مؤلفه‌های این سیستم در شکل شماره ۴ نشان داده شده‌اند.

**ب) زمینه شبیه‌سازی شده دنیای واقعی**



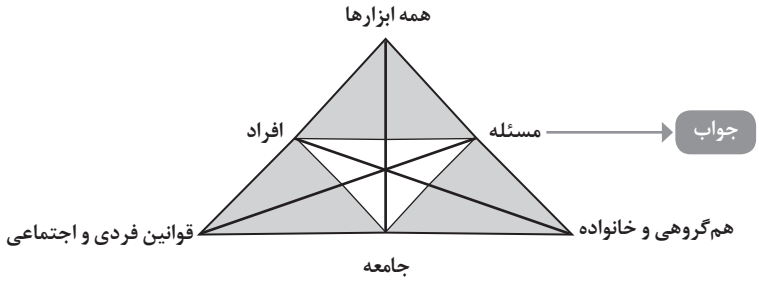

**شکل ۴.** سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه شبیه‌سازی شده دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

در نهایت، جرداک (۲۰۰۶) سیستم فعالیت حل مسئله را در مورد مسائلی تعریف کرده که به‌طور کامل در زمینه دنیای واقعی‌اند. مؤلفه‌های این سیستم فعالیت در شکل شماره ۵ ارائه شده‌اند.



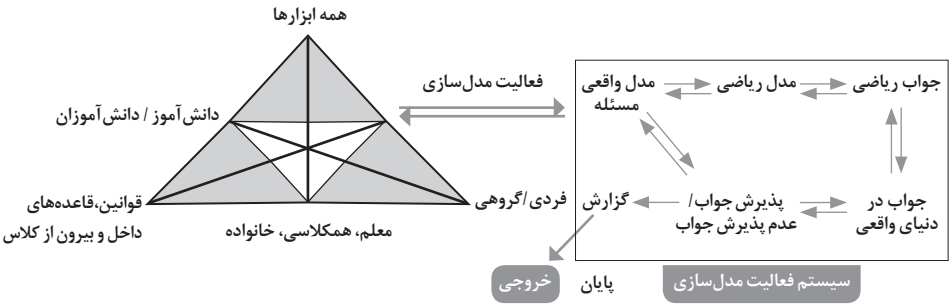
[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

## ج) زمینه دنیای واقعی




**شکل ۵.** سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶: ۲۸۹)

سیستم فعالیت حل مسئله در زمینه دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶)، همان سیستم فعالیت در زمینه مسائل دنیای واقعی است که در ادبیات آموزش ریاضی از آن به‌عنوان مسائل مدل‌سازی ریاضی نام برده می‌شود. هر مسئله مدل‌سازی براساس یک چرخهٔ مدل‌سازی انجام می‌شود. نتایج مطالعات نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در حل مسائل مدل‌سازی، عملکرد خوبی ندارند. به‌عبارت دیگر، نمی‌توانند چرخه مدل‌سازی را به‌طور کامل طی کنند (رفیع‌پور، ۱۳۹۰؛ عبداله‌پور، ۱۳۹۱؛ لودویگ و شو، ۲۰۱۰). حال این پرسش پیش می‌آید برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند چرخه مدل‌سازی را به‌طور کامل طی کنند، به چه ابزاری نیاز دارند؟ همچنین، سیستم فعالیتی که جرداک (۲۰۰۶) در شکل شماره ۵ تعریف کرده، یک ابزار کمکی است که می‌توان در کنار چرخه مدل‌سازی از آن استفاده کرد تا دانش‌آموزان بتوانند با استفاده از آن چرخه‌های مدل‌سازی را طی کنند. از این رو، نیاز به سیستم فعالیتی است که تلفیقی از چرخه مدل‌سازی و سیستم فعالیت جرداک (۲۰۰۶) باشد. این سیستم فعالیت را می‌توان به‌صورت سیستم فعالیت مدل‌سازی شکل شماره ۶ تعریف کرد.




**شکل ۶.** مدل تلفیق‌شده چرخه مدل‌سازی استیلمن[1] و همکاران (۲۰۰۷) با سیستم فعالیت حل مسئله دنیای واقعی جرداک (۲۰۰۶) به‌عنوان سیستم فعالیت مدل‌سازی

1. Stillman



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

نحوه کار این سیستم فعالیت مدل‌سازی (شکل ۶) به‌صورت ذیل است:

هر سیستم فعالیت مدل‌سازی از یک فعالیت مدل‌سازی شروع می‌شود. هر فعالیت مدل‌سازی را دانش‌آموز یا دانش‌آموزان سیستم، به‌صورت فردی یا گروهی انجام می‌دهند. در این سیستم اعضای جامعه (معلم، همکلاسی و خانواده) به دانش‌آموز/ دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا این فعالیت را انجام دهند. در این سیستم برای اینکه تعامل خوبی میان اعضای سیستم برای اجرای فعالیت مدل‌سازی شکل گیرد، لازم است از قوانین مربوط به داخل و خارج کلاس استفاده شود. علاوه بر موارد فوق، دانش‌آموز/ دانش‌آموزان برای انجام دادن فعالیت مدل‌سازی نیاز به یک سری ابزارها دارند که می‌توانند مربوط به ریاضی یا دنیای واقعی باشند. به‌طورکلی مجموعهٔ تمام عوامل سیستم فعالیت، به دانش‌آموز/ دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا چرخه مدل‌سازی را که شرح آن در ذیل آمده است، طی کنند.

این چرخه با انتقال از موقعیت به هم‌ریختهٔ مسئله دنیای واقعی به سمت بیان مسئله واقعی شروع می‌شود. پس از اینکه مسئله واقعی، طرح شد مرحله دوم انتقال، یعنی حرکت از مسئله واقعی به مدل ریاضی شروع می‌شود تا زمانی‌که مدل ریاضی ساخته شود. به‌همین‌ترتیب، انتقال از مدل ریاضی به نتایج ریاضی، نتایج ریاضی به نتایج واقعی و نتایج واقعی تا ارزیابی پاسخ، ادامه می‌یابد. اگر مدل به‌دست آمده معنادار باشد، پاسخ پذیرفته می‌شود و مرحله آخر انتقال یعنی ارائهٔ گزارش صورت می‌گیرد. در غیراین‌صورت، مدل مورد پذیرش قرار نمی‌گیرد و برای بازبینی، بایستی انتقال به مرحلهٔ بیان مسئله واقعی صورت می‌گیرد. این روند، باز تکرار می‌شود تا پاسخی معنادار برای ارائه گزارش به‌دست آید (استیلمن و همکاران، ۲۰۰۷).

در قسمت پایانی، چارچوب نظری نیاز است که نحوه استفاده از سیستم فعالیت مدل‌سازی برای توسعه درک مفهومی تشریح شود. به این منظور ابتدا لازم است، منظور از واژه توسعه درک مفهومی بیان شود. توسعه درک مفهومی همان گسترش درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی است. به‌طور مشخص، توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم به این معناست که دانش‌آموزان درک اولیه خود را از رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$ در زندگی روزمره گسترش می‌دهند تا به درک ثانویه‌ای از آن برسند. حال برای ایجاد چنین درکی، نیاز است در سیستمهای فعالیت مدل‌سازی یک سری تنشها رخ دهد. این تنشها نقش کلیدی در توسعه یادگیری سیستم فعالیت دارند (انگستروم، ۱۹۹۶؛ به نقل از یاماگاتا-لینچ[1]، ۲۰۱۰) و به‌منزلهٔ منبع تغییر و توسعه یادگیری به‌شمار می‌روند (انگستروم و سانینو (۲۰۱۰). این تنشها در سیستمهای فعالیت چنین تعریف می‌شوند:

منظور از تنش فشار، نگرانی، پریشانی، مشکل، چالش یا اختلافی است که برای دانش‌آموزان در سیستم فعالیت به‌وجود می‌آید. تنشها از طریق یکی از مؤلفه‌های سیستم فعالیت (مانند فعالیت مدل‌سازی) برای دانش‌آموزان ایجاد می‌شود. این تنشها سبب می‌شوند که دانش‌آموزان با مفهوم اندازه‌گیری که در فعالیت

1. Yamagata-Lynch



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

مدل‌سازی وجود دارد، درگیر شوند. این درگیری با طی‌کردن چرخه مدل‌سازی از سوی دانش‌آموزان، در جهت گسترش درک مفهوم هدایت می‌شود تا اینکه دانش‌آموزان به درک ثانویه‌ای از مفهوم موردنظر برسند و تنش موردنظر را اصلاح کنند. در واقع، نقشی که تنشها در سیستم فعالیت مدل‌سازی ایفا می‌کنند درگیرکردن دانش‌آموزان با مفاهیم ریاضی و نشان دادن مشکلات گسترش مفهوم است. با اصلاح این تنشها از طریق سیستم فعالیت مدل‌سازی، درکی جدید از مفهوم در ذهن دانش‌آموزان شکل می‌گیرد که همان توسعه درک مفهومی موردنظر است. این توسعه درک مفهومی، می‌تواند به‌صورتهای گوناگون خود را نشان دهد. برای مثال، می‌تواند کاربرد مفهوم در یک رابطهٔ ریاضی، استفاده از یک رابطه در زندگی روزمره و ... باشد. بنابراین، در سیستمهای فعالیت مدل‌سازی، ایجاد تنش و اصلاح آن دو ابزار کلیدی برای توسعه درک مفهومی به‌شمار می‌روند.

## روش‌شناسی

همان‌طورکه در قسمت قبل اشاره شد، چارچوب نظری پژوهش، براساس نظریه فعالیت است. نظریه فعالیت علاوه بر اینکه، یک چارچوب نظری است، یک روش تحلیل در موضوعات روش‌شناسی کیفی نیز هست. اکثر پژوهشگرانی که از نظریه فعالیت استفاده می‌کنند، ماهیت کارشان کیفی است (یاماگاتا ـ لینچ، ۲۰۱۰). از این‌رو، نظریه فعالیت چارچوبی برای تحلیل داده‌های کیفی است (هاشم و جونز[1]، ۲۰۰۷). در روش تحلیلی نظریه فعالیت، پژوهشگران از سیستمهای فعالیت به‌مثابه ابزار تحلیل استفاده می‌کنند. هر سیستم فعالیت به‌مثابه واحد تحلیل تعریف می‌شود (انگستروم، ۲۰۰۱). عناصر اصلی واحد تحلیل در سیستمهای فعالیت، تنشهای درک شده در سیستم و اصلاح آنهاست. از این‌رو در مطالعه حاضر، هر سیستم فعالیت مدل‌سازی به‌مثابه یک واحد تحلیل تعریف شده که در قسمت یافته‌های مطالعه عناصر آن یعنی تنشها و اصلاح آنها ارائه می‌شود.

پژوهشگران برای سیستمهای فعالیتِ نظریه فعالیت از روش گردآوری داده‌های مصاحبه و مشاهده روش قوم‌نگاری و مطالعه موردی استفاده می‌کنند (راسل[2]، ۲۰۰۹). آنها با ارجاع به نقل‌قولهای مصاحبه و روایتهای توصیفی شواهدی برای تنشهای درک‌شده سیستمهای فعالیت ارائه می‌دهند (هاشم و جونز، ۲۰۰۷). به این منظور، در مطالعه حاضر، از روش مشاهده و مصاحبه‌های نیمه‌ساختاریافته برای گردآوری داده‌های مطالعه استفاده شده است. همه مشاهده‌ها و همچنین مصاحبه‌ها و بحثهای کلاسی میان معلم و دانش‌آموزان با دوربین فیلمبرداری ثبت و ضبط شده است. در کل ۸۲ مصاحبه با دانش‌آموزان انجام شده که میانگین هر مصاحبه ۱۲ دقیقه بوده است. مصاحبه‌های انجام شده با دانش‌آموزان کدگذاری شده‌اند که در قسمت یافته‌های مطالعه، با ارجاع به آنها و روایت توصیفی‌شان، شواهدی برای تنشهای درک شدهٔ سیستم فعالیت مدل‌سازی ارائه می‌شود. به‌طورکلی، داده‌های مطالعه در بازه زمانی ۹ ماهه

1. Hashim & Jones
2 . Russell



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

از مهر سال ۱۳۹۶ تا خرداد سال ۱۳۹۷گردآوری شده‌اند. فرایند تحلیل داده‌ها سه ماه به‌طول انجامیده است که در ذیل شرح داده می‌شود:

در گام نخست تمام فیلمهای ضبط شده و مشاهده‌های کلاسی تبدیل به فایلهای متنی همراه با تصاویر شده‌اند. در گام بعد، با توجه به فعالیتهای مدل‌سازی، سیستم فعالیت مدل‌سازی مربوط به آن تشکیل شده که با ارجاع به فایلهای متنی، مؤلفه‌های سیستم فعالیت تعریف شده‌اند. در ادامه، داده‌های متنی که مربوط به گفت‌وگوهای میان معلم و دانش‌آموز بود، چندین‌بار مطالعه شده تا تنشهایی که در سیستمهای فعالیت مدل‌سازی رخ داده‌اند، درک شوند. پس از درک و تعریف تنشهای سیستمهای فعالیت مدل‌سازی، دوباره به داده‌های مطالعه مراجعه شده تا این بار، بررسی شود که چگونه دانش‌آموزان توانسته‌اند با طی‌کردن چرخه مدل‌سازی این تنشها را اصلاح کنند. تنشها و اصلاح آنها به همراه مصاحبه‌های انجام شده مرتبط با آنها در جدولی جداگانه ثبت شده‌اند که از آنها به‌منزلهٔ منبعی برای ارجاع به مصاحبه‌ها و روایتهای توصیفی داده‌های مطالعه استفاده شده است. در مرحله پایانی، روایی داده‌های مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است که برای بررسی آن، از روش رجوع به شرکت‌کنندگان در پژوهش استفاده شده است. به گفته نیک‌نشان، نوروزی و نصراصفهانی (۱۳۸۹)، یکی از روشهای بررسی روایی کیفی داده‌ها، رجوع به شرکت‌کنندگان در پژوهش است تا با بررسی نتایج پژوهش از سوی آنان، بتوان دقت یافته‌های پژوهش را بالا برد. از این‌رو، برای بررسی روایی کیفی داده‌ها، یافته‌های حاصل از پژوهش به دانش‌آموزان شرکت‌کننده ارائه شد تا نظر خود را در مورد آن بیان کنند که دانش‌آموزان یافته‌های حاصل را تأیید کردند.

جامعه آماری مطالعه حاضر همهٔ دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول شهرستان کهنوج بودند و نمونه مورد مطالعه، ۶۰ دانش‌آموز دختر از سه کلاس پایه هفتم، هشتم و نهم متوسطه اول با میانگین گروه سنی ۱۳ تا ۱۵ سال بودند که با روش نمونه‌گیری هدفمند انتخاب شدند. همهٔ دانش‌آموزان از روستایی در جنوب شرقی ایران (دهکهان، از توابع شهرستان کهنوج) بودند. نتایج پژوهش نویسنده دوم مطالعه در سال ۱۳۹۱ در پژوهشی با عنوان «مطالعه سطوح شایستگی مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم و دهم» نشان داده بود که دانش‌آموزان روستایی در حل مسئله مدل‌سازی مربوط به «پوست‌کندن آناناس» نسبت به دانش‌آموزان شهری عملکرد بهتری داشتند. یکی از روستاهای شرکت‌کننده در آن پژوهش، این روستا بود که برای بررسی عمیق انتخاب شد. نتایج بررسیهای میدانی نشان داد که این روستا یک محیط غنی برای طراحی فعالیت مدل‌سازی است که این موضوع با گفته السینا[1] (۲۰۰۷) همخوانی دارد. او بیان می‌کند جایی که تدریس می‌کنید حالا یک شهر یا یک روستا و ... ممکن است یک محیط غنی برای طراحی فعالیتهای ریاضی (فعالیتهای مدل‌سازی) باشد. از این‌رو، این دانش‌آموزان این روستا از سال ۱۳۹۱ به بعد، مورد مطالعه عمیق در زمینه فعالیتهای مدل‌سازی

1. Alsina

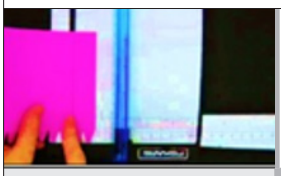


[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

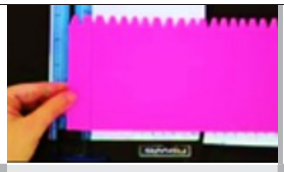
قرار گرفتند (عبداله‌پور، ۱۳۹۱). درهمین‌راستا، نویسنده دوم به‌عنوان معلم ریاضی در این روستا سکونت گزید تا با همکاری نویسنده اول به مطالعه عمیق در مورد مدل‌سازی در این روستا بپردازند. شایان ذکر است که مقاله حاضر بخشی از یک پروژه تحقیقاتی است که در مرکز پژوهشی ریاضی ماهانی تعریف شده بود. این پروژه دو ساله از اول تیر ماه سال ۱۳۹۶ و با هدف توسعه درک مفهومی از طریق انجام فعالیتهای ریاضی مبتنی بر واقعیتهای روزمره، آغاز شد. قسمتی از پروژه تعریف شده به «توسعه درک مفهومی به‌وسیله اندازه‌گیری حجم» مربوط می‌شد و برای آن ۱۲ فعالیت مدل‌سازی طراحی گردید که تنها دو فعالیت مدل‌سازی در مقاله حاضر به‌عنوان منبع گردآوری داده‌ها در نظر گرفته شدند. این فعالیتها در شکلهای ۷ و ۸ تشریح شده‌اند.

**فعالیت مدل‌سازی ساخت استوانه (A1,1):**

مراحل ساخت جعبه استوانه‌ای در شکل زیر آمده است:



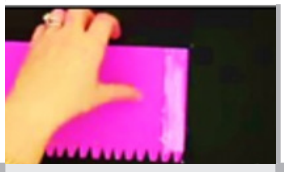
۱. برگه مستطیل شکل را مطابق شکل، به‌صورت مثلثی برش بزنید.



۲. یک سانتیمتر از سمت چپ آن با خط‌کش رسم کنید.

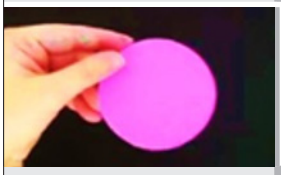


۳. یک سانتیمتر از سمت راست آن با خط‌کش رسم کنید.

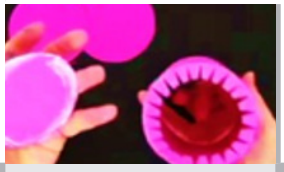


۴. مقداری چسب روی قسمت مشخص شده سمت راست بریزید.

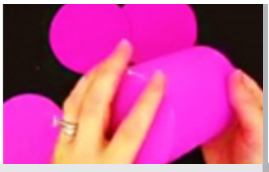
۵. حال دو قسمت سمت چپ و راست را روی یکدیگر قرار دهید.



۶. به اندازه مقطع استوانه یک دایره جدا کنید.



۷. اطراف دایره چسپ بزنید.



۸. حال دایره را به کف استوانه بچسبانید.

۹. استوانه ساخته شده به‌صورت شکل مقابل خواهد بود.

**۱. استوانه را با کاغذ پلاستیکی (طلق شیرازه) درست کنید تا آب نشت نکند.**
**۲. نحوه ساخت کف استوانه (دایره) را شرح دهید.**
**۳. استوانه را پر از آب کنید و حجم آب را اندازه‌گیری کنید.**

**شکل ۷.** فعالیت مدل‌سازی ساخت استوانه (A1,1)



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

**فعالیت مدل‌سازی محاسبه میزان آب مصرفی حمام (A1,2)**

در این فعالیت، یک نمونه انجام فعالیت مدل‌سازی آب مصرفی حمام را معلم ریاضی کلاس درس نشان می‌دهد:

**او ارتفاع داخل تشت را ۱۴ سانتی‌متر و شعاع تشت را ۲۵ سانتی‌متر اندازه‌گیری می‌کند. محاسبات زیر نشان می‌دهد داخل تشت او چند لیتر آب جمع شده است:**

$$V = \pi r^2 h = \pi(۲۵)^2 ۱۴ = ۲۷ / ۴۸۸ cm^3 \approx ۲۸ lit$$

**جدولی را می‌بینید که در آن روز، مدت زمان و میزان آب مصرفی در یک هفته آمده است. لطفاً در هربار که به حمام می‌روید با استفاده از دانش ریاضی خود میزان آب مصرفی خود را با رسم شکل در جدول یادداشت کنید.**

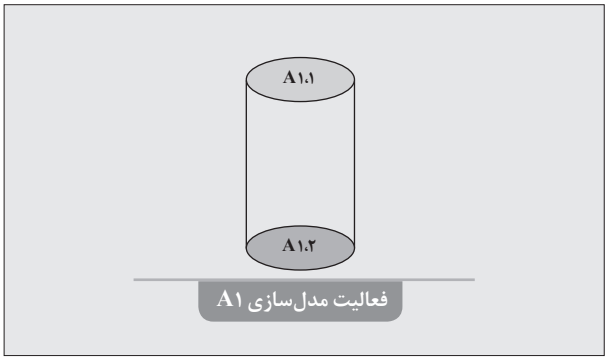
| روز | مدت زمان | میزان آب مصرفی با رسم شکل |
|---|---|---|

**شکل ۸.** فعالیت مدل‌سازی میزان آب مصرفی حمام (A,1,2)

لازم است در مورد شکل ۷، این توضیح داده شود که منظور از کاغذ پلاستیک، همان طلقهایی است که دانش‌آموزان به همراه شیرازه از آن در لوازم‌التحریر خود استفاده می‌کنند. ممکن است این پرسش در ذهن خواننده شکل گیرد که چرا از وسیله‌ای دیگر برای اندازه‌گیری مصرف آب استفاده نشده است. بنا به گفته بونوتو[1] (۲۰۰۵) چون این دست‌سازه‌ها یا کاردستیها (جعبه استوانه‌ای) حاصل تجربه‌کار خود دانش‌آموزان است، برای آنها معنادار است. از این رو، در مطالعه تصمیم بر این شد به‌جای استفاده از ابزارهای آماده مانند جعبه‌های شیشه‌ای، از کاغذهای پلاستیکی استفاده شود.

## یافته‌ها

برای توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره، سیستم فعالیت مدل‌سازیِ توسعه درک مفهومی اندازه‌گیری حجم استوانه A۱ تعریف شده که شمایل کلی آن در روبه‌رو آمده است:



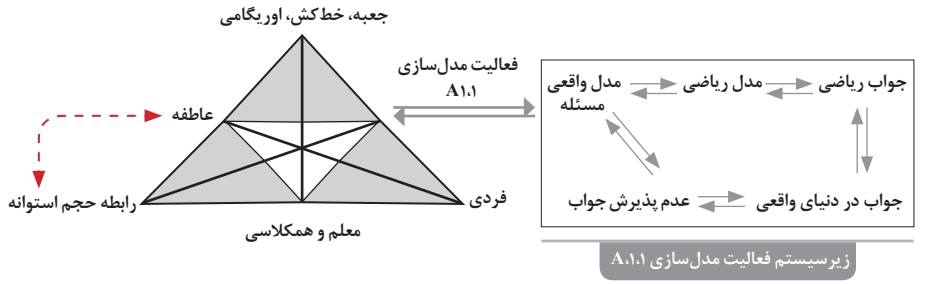

**شکل ۹.** سیستم فعالیت توسعه درک مفهومی اندازه گیری حجم استوانه (A1)

1.Bonotto



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

همان‌طور که در شـــکل شـــماره ۹ می‌بینید، این سیســـتم فعالیت مدل‌ســـازی از دو زیرسیستم فعالیت مدل‌ســـازی A۱،۱ و A۱،۲ تشکیل شده است که در شـــکلهای بعدی به تحلیل تنشهای آنها پرداخته می‌شـــود. یادآور می‌شود که تنشهایی که در سیستم فعالیت مدل‌سازی رخ داده‌اند، تنها برای یک‌دانش‌آموز رخ نداده است، این تنشها برای دانش‌آموزان دیگر نیز رخ داده است، اما برای اینکه بتوان این تنش را بهتر به تصویر کشـــید، فعالیت یک دانش‌آموز انتخاب شده که در شکل شماره ۱۰ جزئیات آن آمده است.




زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۰،۱،۱

نمونه مصاحبه تنش

| | | |
|---|---|---|
| ۱۱۴ معلم: | ..... | ابعاد استوانه را بگویید چند شده است؟ |
| ۱۱۵ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | قطر ۱۱، شعاع ۵/۵ و ارتفاع ۲۴ سانتی‌متر |
| ۱۱۶ معلم: | ..... | حالا حجم استوانه چگونه محاسبه می‌شود؟ |
| ۱۱۷ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | قطر ضربدر عدد پی برای مساحت |
| ۱۱۸ معلم(از بقیه دانش‌آموزان): | | قطر ضربدر عدد پی چه می‌شود؟ |
| ۱۱۹ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | می‌شود محیط دایره |
| ۱۲۰ معلم: | ..... | برای محاسبه حجم، اول کدام قسمت را باید حساب کنید؟ |
| ۱۲۱ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | کف استوانه |
| ۱۲۲ معلم: | ..... | کف استوانه چه می‌شود؟ |
| ۱۲۳ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | کف استوانه می‌شود محیط |
| ۱۲۴ معلم: | ..... | حجم استوانه چه می‌شود؟ |
| ۱۲۵ دانش‌آموز (عاطفه): | ..... | محیط در ارتفاع |

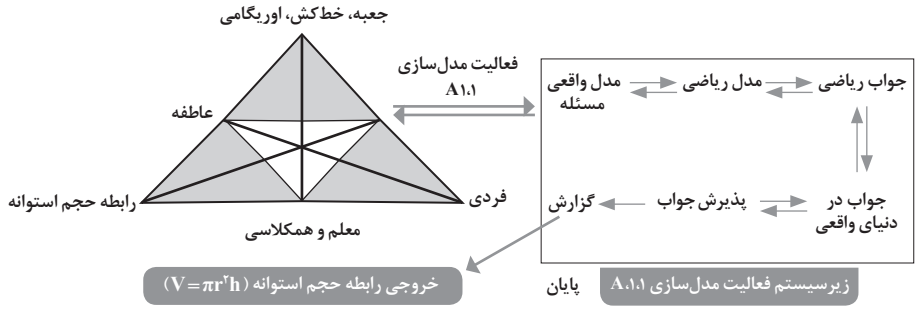
**شکل ۱۰.** تنش میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه در زیر سیستم فعالیت مدل‌سازی A۱،۱

نخســـتین تنش در زیرسیستم فعالیت مدل‌ســـازی A۱،۱ میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه ($V=\pi r^2 h$)، رخ می‌دهد. تنش فوق در شـــکل شماره ۱۰ با رنگ قرمز نشان داده شده است. این تنش با ســـؤالی شروع می‌شود که معلم از دانش‌آموز در مورد نحوه چگونگی محاسبه حجم استوانه می‌پرسد (مصاحبه ۱۱۶). پاســـخی که دانش‌آموز به این ســـؤال می‌دهد حاکی از این است که دانش‌آموز مفهوم مساحت را با محیط اشـــتباه گرفته است و برای محاسبه حجم استوانه، از حاصلضرب محیط در ارتفاع اســـتفاده می‌کند (مصاحبه ۱۲۵). این موضوع نشـــان می‌دهد دانش‌آموز رابطهٔ حجم استوانه که برابر با



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

حاصلضرب مساحت در ارتفاع است را به خوبی درک نکرده و همین عدم درک رابطه حجم استوانه، سبب ایجاد تنش در سیســـتم فعالیت مدل‌سازی شده است. شکل شماره ۱۱ نشان می‌دهد که معلم می‌تواند با راهنمایی خود تنش به‌وجود آمده میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه را اصلاح کند.




**۱۲۶ معلم:** ..... **به حرکت دست من نگاه کن ببین این چه مفهومی است؟**

**۱۱-۱**

**۱۱-۲**

**۱۲۷دانش‌آموز (عاطفه):** ..... **می‌شود مساحت دایره.**
**۱۲۸ معلم:** ..... **مساحت دایره چه می‌شود؟**
**۱۲۹ دانش‌آموز (عاطفه):**..... **شعاع ضربدر شعاع ضربدر ۳/۱۴**
**۱۳۰ معلم:** ..... **برای محاسبه حجم، اول کف را محاسبه می‌کنیم و بعد وقتی آب می‌ریزیم، چه چیز بالا می‌آید؟**
**۱۳۱ دانش‌آموز (عاطفه):**..... **ارتفاع آب**

**۱۱-۳**

**۱۱-۴**

**۱۳۲ معلم:** ..... **پس حجم استونه چه می‌شود؟**
**۱۳۳دانش‌آموز (عاطفه):**..... **مساحت کف در ارتفاع ($V=\pi r^2 h$)**

**شکل ۱۱.** اصلاح تنش میان دانش‌آموز و رابطه حجم استوانه در زیرسیستم فعالیت A۱



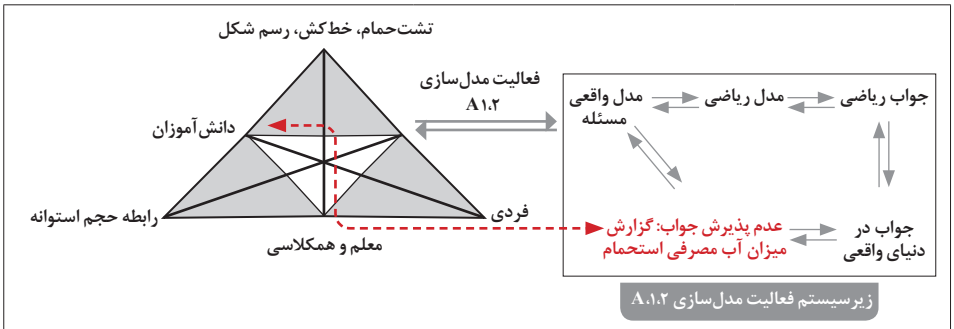
[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

همان‌طور که در شـــکل‌های ۱۱-۱ و ۱۱-۲، مشـــاهده می‌شود، معلم برای اینکه دانش‌آموز (عاطفه) مفهوم مســـاحت را درک کند، با حرکت افقی دســـت خود مفهوم مساحت را در ذهن او تداعی می‌کند. این حرکت ســـبب می‌شود تا دانش‌آموز (عاطفه) به مفهوم سطح پی ببرد و بیان کند «مساحت دایره». بنابراین، حرکت دست معلم سبب شد تا تنشی که در شکل شماره ۱۰ برای دانش‌آموز ایجاد شده بود، اصلاح شود. دانش‌آموز (عاطفه) بعد از اینکه مفهوم مساحت را در شکل شماره ۱۱ درک می‌کند، رابطه حجم را به‌صورت حاصلضرب مساحت کف استوانه در ارتفاع ($V=\pi r^2 h$) بیان می‌کند (مصاحبه ۱۳۳). پس از اینکه، دانش‌آموزان رابطه حجم استوانه را درک می‌کنند، آن را در فعالیت روزمره خود، یعنی میزان آب مصرفی حمام به‌کار می‌گیرند. سیستم فعالیت مدل‌سازی زیر نشان می‌دهد وقتی که دانش‌آموزان از رابطه حجم استوانه در اندازه‌گیری مصرف آب حمام استفاده می‌کنند، برای آنها تنش ایجاد می‌شود که در شکل شماره ۱۲ بیان شده است.

شکل ۱۲ نشان می‌دهد «هدف» در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۲، همان اجرای فعالیت مدل‌سازی A۱,۲ یا به عبارتی، محاسبه مقدار آبی است که دانش‌آموزان در حمام مصرف می‌کنند. این فعالیت برای این انگیزه طرح شد، تا دانش‌آموزان از رابطه حجم استوانه‌ای که در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۱ درک کردند، به‌طور کاربردی در زندگی روزمره خود یعنی برای محاسبه میزان آب مصرف‌شده حمام، استفاده کنند تا بتوانند درک اولیه خود را از رابطه حجم استوانه توسعه دهند. درشکل شماره ۱۲ مشاهده می‌شود که در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی تنش میان دانش‌آموزان و میزان گزارش آب مصرفی آنان رخ داده است. به‌عبارت دیگر، این تنش میان دانش‌آموزان و گزارش میزان آب مصرف‌شده حمام آنهاست. این دانش‌آموزان تا پیش از انجام دادن این فعالیت، مقدار آب مصرف‌شده را برای حمام خود نمی‌دانستند، ولی با اندازه‌گیری که انجام دادند، از میزان آب مصرف‌شده اطلاع یافتند. برای مثال، دانش‌آموز زهرا، وقتی که آب مصرفی خود در حمام اندازه‌گیری می‌کند و با عدد ۲۰۰ لیتر مواجه می‌شود اذعان می‌دارد «جدی من ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم». بیان واژه «جدی» در گفته‌های دانش‌آموز حکایت از تنش میان او و مقدار آب مصرفی ۲۰۰ لیتر است. دانش‌آموز بعدی زینب، دو برابر میزان آب مصرفی زهرا یعنی ۴۰۰ لیتر آب در حمام مصرف کرده است. او نیز مانند زهرا وقتی که از میزان آب مصرفی اطلاع می‌یابد، برای او تنش ایجاد می‌شود (مصاحبه ۱۷۷). زهرا در گفته‌های خود میزان آب مصرفی خود را به اندازه یک منبع آب بیان می‌دارد (شکل ۳-۱۲) و همین یک منبع آب سبب می‌شود، خودش اعتراف کند که حجم زیادی از آب مصرف کرده است(مصاحبه ۱۷۷). در واقع، دانش‌آموزان در این زیرسیستم مدل‌سازی برای محاسبه میزان حجم آب مصرف‌شده حمام، از تشتهای استوانه‌ای استفاده کردند که با استفاده از رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$، میزان آب هر تشت را هرکدام ۲۰ و ۴۰ لیتر محاسبه کردند. این محاسبات نشان می‌دهد، دانش‌آموزان به‌طور کاربردی از رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$ در زندگی روزمره خود استفاده کرده‌اند.

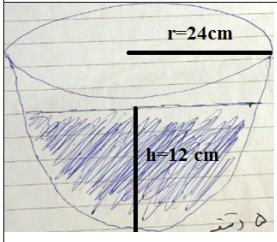


[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]




زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱،۲

۱۶۸ معلم: ..... چند لیتر آب مصرف کردید؟
۱۶۹ دانش‌آموز(زهرا): ..... ۲۰ لیتر (شکل ۱-۱۲ و رابطه (۱))
۱۷۰ معلم: ..... چند تشت حمام آب مصرف کردید؟
۱۷۱ دانش‌آموز(زهرا): ..... ۱۰ تشت حمام (شکل ۱-۱۲)، که در مجموع ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم.
۱۷۲ معلم: ..... خیلی آب مصرف کردید؟
۱۷۳ دانش‌آموز(زهرا): ..... جدی من ۲۰۰ لیتر آب مصرف کردم! تازه من صرفه‌جویی کردم.

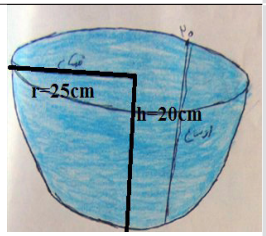



شکل ۱-۱۲

$$V = \pi r^2 h = ۳/۱۴ \times ۲۴^2 \times ۱۲ = ۲۰/۸۵ \,lit \approx ۲۰ \,lit \quad (۱)$$

۱۷۴ معلم: ..... شما چند لیتر آب مصرف کردید؟
۱۷۵ دانش‌آموز(زینب): ..... ۱۰ تشت ۴۰ لیتری آب مصرف کردم (شکل ۲-۱۲، رابطه (۲))، که در مجموع ۴۰۰ لیتر آب مصرف کردم.
۱۷۶ معلم: ..... چند منبع آب مصرف کردید؟
۱۷۷ دانش‌آموز(زینب): ..... یک منبع آب مصرف کردم (شکل ۳-۱۲). آب خیلی زیادی مصرف کردم.

شکل ۳-۱۲




شکل ۲-۱۲

$$V = \pi r^2 h = ۳/۱۴ \times ۲۵^2 \times ۲۰ = ۳۹/۲۵ \,lit \approx ۴۰ \,lit \quad (۲)$$

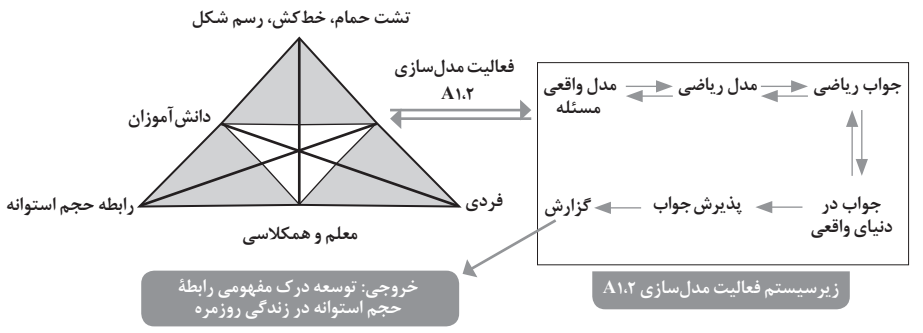
**شکل ۱۲.** تنش میان گزارش میزان مصرف آب و دانش‌آموزان در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A ۱،۲

در شکل شماره ۱۳، هر دو دانش‌آموز توانسته‌اند مقدار آب مصرفی خود را به‌طور قابل توجهی کاهش دهند. دانش‌آموز زهرا مقدار آب مصرفی خود را از ۲۰۰ لیتر به ۱۸ لیتر و دانش‌آموز زینب مقدار آب‌مصرفی خود را از ۴۰۰ به ۴۰ لیتر رسانده‌اند که این مقادیر را می‌توان در رابطه‌های شماره ۳ و ۴ شکل شماره۱۳ دید. معلم در مصاحبه۱۸۶، دلیل کاهش مصرف آب را از زهرا می‌پرسد. او در پاسخ خود به عامل اندازه‌گیریهایی که در حمام انجام داده است (مصاحبه ۱۸۷)، اشاره می‌کند. در واقع، دانش‌آموز در گفته خود نشان می‌دهد که اندازه‌گیریهای آب حمام، عامل کاهش مصرف آب او بوده است. به‌طور مشابه،



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

دانش‌آموز بعدی، زینب توانســـته بود میزان آب مصرفی خود را از ۴۰۰ لیتر به ۴۰ لیتر برساند. او هم مانند زهرا، دلیل کاهش مصرف آب را مربوط به محاسبات حجم تشت می‌داند، به‌طوری‌که که در مصاحبه ۱۸۹ به وضوح به اندازه‌گیری حجم آب «تشت» اشاره می‌کند. همین اندازه‌گیریهای او سبب شده است تا بتواند مفهوم اندازه‌گیری را در زندگی خود به‌کارگیرد و ۳۶۰ لیتر آب صرفه‌جویی کند. در ضمن خود او اذعان می‌کند این محاسبات مربوط به اندازه‌گیری مصرف آب حمام به درک حجم استوانه او کمک کرده است (مصاحبه ۱۸۹). او همچنین با گفتن جمله «هیچ وقت یادمون نمیره.» به یادگیری عمیق اشاره می‌کند. این جملات دانش‌آموز، حاکی از این است که او واقعاً رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$ را درک کرده است. بنابراین، دانش‌آموزان در این زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی نشان دادند که اندازه‌گیری حجم را در زندگی روزمره خود توسعه داده‌اند.




**۱۸۰ معلم:** ..... **شما چه راهکاری را برای کاهش مصرف آب در پیش گرفتید؟**

**۱۸۱ دانش‌آموز (زهرا):** ..... **من روزهای اول دو منبع آب مصرف می‌کردم. الان تازه کمتر مصرف می‌کنم چون الان برای من دغدغه شده است. من از موهای خود گذشتم تا آب کمتر مصرف کنم، یک شب مهمان داشتیم آب هم تمام شده بود، خیلی شرایط سختی بود.**

**۱۸۲: معلم:** ..... **شما آب تمام کرده بودید؟**

**۱۸۳: دانش‌آموز (زهرا):** ..... **به‌خاطر مصرف بی‌رویه آب مجبور شدیم آب از چاه بیاوریم. آنجا فهمیدم باید قدر آب را بدانیم و در مصرف آن صرفه‌جویی کنیم.**

**۱۸۴ معلم:** ..... **شما الان چند لیتر در چند دقیقه آب در حمام مصرف کردید؟**

**۱۸۵ دانش‌آموز (زهرا):** ..... **۱۸ لیتر، طبق رابطه در ۲۰ دقیقه.**

**۱۸۶ معلم:** ..... **چه چیز باعث شده است ۲۰۰ لیتر را به ۱۸ لیتر برسانید؟**

**۱۸۷ دانش‌آموز (زهرا):** ..... **این اندازه‌گیریهای آبی که در حمام انجام دادم و بعد تجربه شرایط سخت کم‌آبی.**

**۱۸۸ معلم:** ..... **زینب شما چکار کردید که این دفعه یک تشت ۴۰ لیتر مصرف کردید، سری قبل ۴۰۰ لیتر آب مصرف کرده بودید؟**

**۱۸۹ دانش‌آموز (زینب):** ..... **شیر آب را کمتر باز کردم، محاسبه آب تشت سبب شد تا آب کمتری مصرف کنم، محاسبات به درک حجم استوانه کمک کرده است و هیچ‌وقت یادم نمی‌رود.**

$d=۴۸, r=۲۴, h=۱۰, V=\pi r^2 h=۳/۱۴\times ۲۴^2\times ۱۰=۱۸\,cm^3$ (۳)

$d=۲۵, h=۲۰, V=\pi r^2 h=۳/۱۴\times ۲۵^2\times ۲۰=۳۹/۲۵\,cm^3$ (۴)

**شکل ۱۳.** اصلاح تنش میان گزارش میزان مصرف آب و دانش‌آموزان در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۲



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

## ■ بحث و نتیجه‌گیری ■

در این مطالعه برای توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$، از سیستم فعالیت مدل‌سازی A۱ استفاده شده که در آن، دو زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۱ و A۱,۲ توسعه داده شده است. یافته‌های مطالعه نشان داده که خروجی زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۱، درک رابطه حجم استوانه $V=\pi r^2 h$ از سوی دانش‌آموزان بوده است. در زیرسیستم فعالیت مدل‌سازی A۱,۲، دانش‌آموزان رابطه حجم استوانه را در فعالیت مدل‌سازی محاسبه مقدار آب مصرف‌شده برای حمام، توسعه دادند. در این فعالیت، دانش‌آموزان با تنش مصرف بی‌رویه آب در حمام مواجه‌اند که به‌طور نمونه، می‌توان به ۴۰۰ لیتر مصرف آب یکی از دانش‌آموزان به نام زینب اشاره کرد. میزان مصرف ۴۰۰ لیتر آب مصرف‌شدهٔ یک نفر در منطقه‌ای که با بحران کم‌آبی روبه‌روست، مصرفی بی‌رویه است، اما این مطالعه نشان داد، همین فرد با استفاده از تکرار فرایند مدل‌سازی و محاسبات مربوط به آن، موفق می‌شود مصرف خود را به ۴۰ لیتر برساند و این یعنی، مصرف خود را به یک دهم مصرف اولیه رسانده است. این دانش‌آموز دلیل موفقیت خود را در مصاحبه ۱۸۹ به محاسباتی که در مورد اندازه‌گیری مصرف آب انجام داده است، ارتباط می‌دهد و بیان می‌کند که این محاسبات به درک مفهومی او از رابطه حجم استوانه کمک کرده و سبب یادگیری عمیق او شده است. این شواهد حکایت از توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه در زندگی روزمره دارد. در حقیقت، این مطلب نشان می‌دهد فعالیت مدل‌سازی محیط ساخت و سازگرای خوبی برای دانش‌آموزان فراهم کرده است تا ساخت دانش از سوی خودشان با راهنمایی معلم صورت گیرد. این موضوع با اصل یادگیری که انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا در زیر به آن اشاره کرده است، سازگاری دارد:

*«دانش‌آموزان بایستی ریاضی را با فهم یاد بگیرند و به‌طور فعالانه دانش جدید خود را از تجربه و دانش قبلی بسازند» (انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰، ص. ۲۰)*

به‌طورکلی، یافته‌های این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان با استفاده از سیستم فعالیت مدل‌سازی توانسته‌اند دانش ریاضی خود را در دنیای واقعی به‌کارگیرند و رابطه حجم استوانه را در زندگی خود توسعه دهند. در واقع این یافته، یکی از اهداف سند ملی برنامه‌درسی یعنی «توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی است» (سند ملی برنامه‌درسی،۱۳۹۱: ۱۰۸)، را جامهٔ عمل پوشانده است.

یکی از موضوعاتی که این مطالعه برای توسعه درک مفهومی از آن بهره برده است، استفاده از مدل‌سازی به‌مثابه ابزاری برای توسعه درک مفهومی رابطه حجم استوانه بود. این موضوع با دیدگاه پژوهشگرانی مانند لودویگ و شو (۲۰۱۰) همخوانی دارد. آنها در مطالعه خود دریافتند که مدل‌سازی ابزاری است که می‌تواند مهارتها و یادگیری دانش‌آموزان را توسعه بخشد. در واقع، مطالعه حاضر نشان داد که فعالیت مدل‌سازی زمینهٔ مناسب را برای توسعه مفاهیم ریاضی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند.

یکی از جنبه‌های خوب مطالعه، استفاده از دست‌سازه‌ها و اجسام واقعی بود. برای نمونه می‌توان اشاره کرد به دست‌سازه‌های استوانه‌ای و تشتهای آبی که دانش‌آموزان برای اندازه‌گیری مصرف آب، از آنها



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

استفاده می‌کردند. در ضمن مطالعه حاضر این دست‌سازه‌ها و اجسام واقعی را در فعالیتهای مدل‌سازی با تجربه روزمره دانش‌آموزان تلفیق کرده و سبب توسعه درک مفهومی آنان از رابطه حجم استوانه شده است که این با گفته السینا (۲۰۰۷) همخوانی دارد. او بیان می‌کند که اگر تجارب واقعیت‌مدار[1] با فعالیتهای آموزشی دانش‌آموزان تلفیق شوند، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا مفاهیم مهم ریاضی خود را توسعه دهند.

بررسی پیشینه مربوط به توسعه مفاهیم ریاضی در ادبیات آموزش ریاضی نشان می‌دهد مطالعاتی که به توسعه مفهوم اندازه‌گیری حجم در زندگی روزمره پرداخته باشند، وجود ندارد. پژوهشگران بیشتر به‌توسعه مفهوم ذهنی اندازه‌گیری یک‌بعدی مانند، طول و دوبعدی مانند مساحت پرداخته‌اند. برای مثال، هوانگ و ویتز (۲۰۱۱) به توسعه مفهوم اندازه‌گیری مساحت در مطالعه خود پرداخته و نشان داده‌اند که فهم دانش‌آموزان از فرمول مساحت می‌تواند از طریق اجسام هندسی بهبود یابد. اما مطالعه حاضر نشان داد، با استفاده از سیستم فعالیت مدل‌سازی، دانش‌آموزان نه‌تنها رابطه حجم استوانه را درک کردند، بلکه آن را در زندگی روزمره خود توسعه دادند.

بررسی پیشینه ادبیات مدل‌سازی ریاضی نشان می‌دهد که مطالعات انگشت‌شماری وجود دارند که از نظریه فعالیت برای تحلیل یافته‌های خود بهره برده باشند. در این زمینه می‌توان به مطالعهٔ جرداک (۲۰۰۶) و دی‌اولیویرا و باربوسا[2] (۲۰۰۸) اشاره کرد. آنها هر کدام به‌ترتیب به بررسی تنشهای معلمان در تدریس مدل‌سازی ریاضی، تفاوت میان ریاضیات مدرسه و ریاضیات دنیای واقعی و بررسی تناقضها در فرایند مدل‌سازی پرداخته‌اند، اما هیچ‌یک از این دو مطالعه از اصلاح تنشها، برای توسعه درک مفهومی مفاهیم استفاده نکرده‌اند. درحالی‌که پژوهش حاضر نشان داد که در کنار استفاده از نظریه فعالیت برای تحلیل تنشها، می‌توان با اصلاح تنشها، مفاهیم ریاضی از جمله اندازه‌گیری حجم را توسعه داد.

مطالعه حاضر نشان داد که با استفاده از طراحی فعالیتهای مدل‌سازی بومی می‌توان زمینه‌ای برای دانش‌آموزان فراهم کرد تا آنها با استفاده از تجربه زندگی روزمره خود، دانش ریاضی را توسعه دهند. این موضوع، با نتیجه مطالعه عبداله‌پور و رفیع‌پور (۱۳۹۶) همخوانی دارد. آنها در مطالعه خود دریافتند که با استفاده از طراحی مسائل مدل‌سازی بومی، می‌توان دانش ریاضی دانش‌آموزان را در زمینه دنیای واقعی توسعه داد.

به‌طورکلی، این مطالعه با طراحی فعالیتهای مدل‌سازی مبتنی بر موضوعات چالش واقعی مصرف آب، دست‌سازه‌ها و تلفیق نظریه فعالیت با مدل‌سازی به‌عنوان سیستم فعالیت مدل‌سازی، نشان داد که می‌توان مفاهیم ریاضی مانند رابطه حجم(استوانه) را در زندگی روزمره دانش‌آموزان توسعه داد. از این‌رو، مدل‌سازی ریاضی ابزاری مناسب برای برنامه‌درسی تلفیقی است که می‌توان با استفاده از ظرفیت آن، مفاهیم ریاضی را در دنیای واقعی توسعه داد.

1. Realistic Experiences
2. de Oliveira & Barbosa



[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

# منابع

## REFERENCES


دبیرخانه شـــورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.

رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۰). طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران. چکیده گسترده رساله دکتری، *رشد آموزش ریاضی*، ۲۸ (۳)، ۲۵-۲۷.

عبداله‌پور، کاظم. (۱۳۹۱). *مطالعه ســطوح شایستگی مدل‌سازی دانش‌آموزان ســال اول و دوم دبیرستان مناطق شهری و روستایی استان کرمان*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

عبداله‌پور، کاظم و رفیع‌پور، ابوالفضل.(۱۳۹۶). پدیدارشناســی چرخهٔ مدل‌ســازی دانش‌آموزان پایهٔ نهم در حل یک مسئله اصیل. *فصلنامه فناوری آموزش*، ۱۱ (۲)، ۱۴۹-۱۶۰.

نیک‌نشـــان، شـــقایق؛ نوروزی، رضاعلی و نصراصفهانی، احمدرضا. (۱۳۸۹). تحلیلی بر رویکردهای روایی در پژوهش کیفی. *فصلنامه روش‌شناسی علوم انسانی*، ۱۶ (۶۲)، ۱۴۱-۱۶۰.

Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols … More objects, more context, more actions. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 35-44). New ICMI Study Series, vol 10. Boston, MA: Springer.

Barrett, J. E., Clements, D. H., & Sarama, J. (2017). Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph Series, 16.*

Barrett, J. E., Cullen, C., Sarama, J., Clements, D. H., Klanderman, D, Miller, A. L., & Rumsey, C. (2011). Children's unit concepts in measurement: A teaching experiment spanning grades 2 through 5. *ZDM - The International Journal of Mathematics Education, 43*(5), 637-650.

Battista, M. T., & Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three-dimensional cube arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer, & D. Chazan (Eds.)*, Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 227-248). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), *41-62.*

Bonotto, C. (2005). How informal out-of-school mathematics can help students make sense of formal in-school mathematics: The case of multiplying by decimal numbers. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(4), 313-344.

Borromeo Ferri, R. (2018). Task competency: For your instructional flexibility. In *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education* (pp. 41-75). Cham: Springer.

Cirillo, M., Pelesko, J. A., Felton-Koestler, M. D., & Rubel, L. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. In C. R. Hirsch, & A. R. McDuffie (Eds.), *Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, *99*(1), 5-11.

de Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J. C. (2013) Mathematical modelling, mathematical content and tensions in discourses. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 67-76). Dordrecht: Springer.


[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]

Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(2),110-136.

Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, *14*(1), 133-156.

Engeström, Y., & Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, *5*(1), 1-24.

Gravemeijer, K., Figueiredo, N., Feijs, E., van Galen, F., Keijzer, R., & Munk, F. (2016). *Measurement and geometry in upper primary school*. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense Publishers.

Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 88-98). New ICMI Study Series, vol 10. Boston, MA: Springer.

Hashim, N. H., & Jones, M. L. (2007). *Activity Theory: A framework for qualitative analysis.* Paper presented at the 4th International Qualitative Research Convention (QRC), 3-5 September, 2007, Malaysia.

Huang, H. E. G., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction*, *21*(1), 1-13.

Huang, H.-M. E., & Wu, H-Y. (2019). Supporting children's understanding of volume measurement and ability to solve volume problems: Teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(12), Article em1789.

Jurdak, M. E. (2006). Contrasting perspectives and performance of high school students on problem solving in real world, situated, and school contexts. *Educational Studies in Mathematics, 63*(3), 283-301.

Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*(1), 77-97.

MacDonald, A., & Lowrie, T. (2011). Developing measurement concepts within context: Children's representations of length. *Mathematics Education Research Journal, 23*(1), 27-42.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Russell, D. R. (2009). Uses of activity theory in written communication research. In A. Sannino, H. Daniels, & K. D. Gutiérrez (Eds.), *Learning and expanding with activity theory* (pp. 40-52). New York, NY: Cambridge University Press.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson, & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice* (vol. 2, pp. 688-697). Adelaide: MERGA.

Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the Turkish Mathematics Curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 10*(2), 363-385.

Yamagata-Lynch, L. C. (2010). *Activity systems analysis methods*. Boston: Springer.

Yuberta, K. R., Zulkardi, Z., Hartono, Y., & Galen, F. V. (2011). Developing student's notion of measurement unit for area. *Journal of Mathematics Education*, *2*(2), 173-184.

[ Downloaded from qjoe.ir on 2026-11-18 ]